Die Bewegung der Sterne von der 10. Größe

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung der Doktorwürde
der Philosophischen Fakultät (Sektion II)
der Kgl. Ludwig-Maximilians-Universität
zu München

vorgelegt am 16. Mai 1918

von

Wilhelm Keil

aus Herzogswalde, Bez. Dresden

R. UNIV. BIBLIOTHEEK LEIDEN

Druck von Robert Noske, Borna-Leipzig
Großbetrieb für Dissertationsdruck
1918

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41552312_0080

Inhaltsverzeichnis.

Seite

Einleitung 1

Teil I.

Rechnerische Untersuchung des von Comstock im Bd. XII der Publ. of the Washburn Observatory veröffentlichten Beobachtungsmaterials von Eigenbewegungen schwacher Sterne.

1. Kritik des Comstockschen Materials und Auswahl des zur Untersuchung brauchbaren 4
2. Entwicklung der Airyschen Methode der Apexbestimmung 10
3. Allgemeine Auswertung und formale Kritik 14
4. Spezielle Auswertung 18
5. Apexbestimmung gegen ein Inertialsystem nach den v. Seeligerschen Fundamentalformeln 21
6. Allgemeine Zusammenfassung der Ergebnisse der Rechnungen mit ins einzelne gehender Kritik 28

Teil II.

Betrachtungen im Anschluß an Comstocks Arbeit: „Proper motion of telescopic stars" (Astr. Journ. Nr. 655).

1. Die Folgerungen Comstocks aus seinen nach Betrachtung der Häufigkeiten der Bewegungen erhaltenen Apexresultaten 33
2. Die Beziehung μm = konstant als Kriterium für die Güte der EB. . . 37

Schlußbetrachtungen und Folgerungen aus den Teilen I und II 40

Literaturnachweis.

1. Comstock, Publ. of the Washburn Observatory. Vol. XII.
2. Astr. Journ. Nr. 558 u. 655.
3. Lau, Astr. Nachr. Bd. 185 Nr. 4430, Bd. 188 Nr. 4502.
4. v. Seeliger, Betrachtungen über die räumliche Verteilung der Fixsterne I u. II. Münchn. Abh. 1898 u. 1909.
5. v. Seeliger, Über die sogen. absolute Bewegung. Münchn. Sitzungsber. 1906.
6. v. Seeliger, Über die räumliche und scheinbare Verteilung der Sterne. Münchn. Sitzungsber. 1912.
7. L. Struve, Bestimmung der Const. der Praecession u. d. EB. d. Sonnensystems. Mémoirs d. Kaiserl. Akad. z. Petersburg. Tom. XXXV Nr. 3.
8. Kobold, Bau des Fixsternsystems. Braunschweig 1906.
9. Kobold, Untersuchung des Anwers-Bradley-Kataloges nach der Besselschen Methode. Nova Akta d. Kaiserl. Leop.-Akad. LXIV.
10. Anding, Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne im Raum. München 1901.
11. Kapteyn, Astr. Nachr. Bd. 146 Nr. 3487/88.
12. Fedorenko, Astr. Nachr. Bd. 45 (Nr. 1062) u. 48 (S. 107).
13. Auwers, Vorwort zu d. Berliner Zonen $+15 - +20$ (S. 142 ff.).

Einleitung.

Der heutigen Stellarastronomie stehen mehrere Wege zur Verfügung, aus Beobachtungsdaten für den Fixsternraum und die in ihm vorhandenen Körper geltende Gesetze abzuleiten. Die drei hauptsächlichsten Forschungsrichtungen werden durch folgende drei Arten von Messungen charakterisiert: durch photometrische Messungen, Messungen von Eigenbewegungen und Parallaxenmessungen. Es sind dies Messungen quantitativer Eigenschaften von Fixsternen. Zwar haben die Errungenschaften der Astrophysik, der in neuester Zeit so ausgebildeten und der Stellarastronomie so gute Dienste leistenden Hilfswissenschaft, die stellarastronomischen Forschungsgebiete wesentlich erweitert, aber abgesehen von den Radialgeschwindigkeiten liegt die Stärke astrophysikalischer Beobachtungsergebnisse in der Ermittlung qualitativer Daten. Da in den Messungen von Eigenbewegungen solche nicht vorliegen, sollen in vorliegender Arbeit nur quantitative Eigenschaften von Sternen, und zwar von Sternen 10. Größe, deren Eigenbewegungen gegeben waren, untersucht werden.

Das bislang nur spärlich vorhandene Beobachtungsmaterial, will man seinen Betrachtungen keine allzu engen Grenzen setzen, verbietet es, das Gebiet der Radialgeschwindigkeiten und das der Parallaxen statistisch zu untersuchen.

Es bleiben somit nur zwei Möglichkeiten:

Die Betrachtung der Sternhelligkeiten und solche der Eigenbewegungen.

Es bewegt sich denn auch ein großer Teil der stellarastronomischen Arbeiten der neueren Zeit auf diesen Gebieten. Historisch auf die Entwicklung dieser Forschungsgebiete einzugehen, erübrigt sich. Es seien nur die Grundlagen erwähnt. Der erste, dem es gelang, die Existenz der Eigenbewegungen (EB.) einzelner Fixsterne nachzuweisen, war Halley vor rund 200 Jahren. Der erste aber, der es versuchte, aus diesen nicht nur formale Gesetze abzuleiten, war Wilhelm Herrschel. Damit wurde er zum eigentlichen Begründer der Stellarastronomie als eines selbständigen Zweiges der Wissenschaft. Ihm gelang es als ersten, die Richtung der Sonnenbewegung im Raum zu finden. Untersuchungen über die Bewegung der Sonne sind seitdem

in großer Zahl angestellt worden; man hat auch noch weiter in die Zusammenhänge des Universums durch Untersuchung der Eigenbewegungen von Sternen einzudringen versucht. Neben den verschiedenen Methoden der Apexbestimmung, deren Haupttypen von Argelander, Bessel und Airy entwickelt wurden, und solchen untergeordneter Bedeutung — man findet sie sämtlich in den Arbeiten Andings [1]) eingehend betrachtet — hat man Beziehungen gefunden, die aus Eigenbewegungen (EB.) Parallaxen und Sternströmungen abzuleiten gestatten. Ich habe da die Arbeiten Kapteyns im Auge. Und neuerdings hat Schwarzschild eine Methode entwickelt [2]), die auf Grund von Häufigkeitsbetrachtungen es gestattet, im Rahmen eines einzigen Gedankenganges aus beobachteten EB. sowohl Apexbewegung als auch Sternströmung abzuleiten. Erst in neuester Zeit aber hat sich mit der Veröffentlichung der Beobachtungsdaten, die Herr Comstock in den: Publications of the Washburn Observatory Vol. XII niedergelegt hat, eine Aussicht eröffnet, solche Untersuchungen auf ein breiteres Material, d. h. ein Material, dessen Breite sich durch den Umfang an Sternhelligkeitsklassen bestimmt, auszudehnen. Um zu sehen, wie sich beobachtete Eigenbewegungen den stellarastronomischen Erkenntnissen, die auf anderem Wege — nämlich durch Betrachtung der Helligkeiten — gewonnen wurden, einfügen, interessiert es insbesondere, EB. schwächerer Sterne zu untersuchen. Wenn der Umfang des Comstockschen Beobachtungsmaterials auch kein großer ist, so schien das Interesse, das den aus diesem Material abgeleiteten Resultaten entgegengebracht wurde, eine weitere, eingehendere Untersuchung zu rechtfertigen. Die vorliegende Arbeit, die der Verfasser, einer Anregung des Herrn Geh. Rates v. Seeliger folgend, unternahm, soll sich nun mit der Untersuchung des Comstockschen Materials befassen. Dies schien um so dankenswerter, weil auch von anderer Seite darauf aufmerksam gemacht wurde, die Resultate der Comstockschen Auswertungen erscheinen so merkwürdig, daß es wünschenswert erscheine, das Beobachtungsmaterial einer unabhängigen Prüfung zu unterziehen [3]). Zwar hatte Herr Comstock das Beobachtungsmaterial zum Teil schon untersucht [4]), aber weil es inzwischen durch die oben genannte Veröffentlichung erweitert worden war und zum Teil auch neu durchgesehen war, schien eine Untersuchung recht willkommen zu sein. Aus dem in der Nr. 558 des Astr. Journ. veröffentlichten Material hatte Herr Comstock Parallaxen für Sterne von einer mittleren Größe von rund 10^m abgeleitet. Von dem erweiterten Material lagen noch keine

[1]) Kritische Untersuchungen über die Bewegung der Sonne im Raume, München 1901.

[2]) Göttinger Nachr. 1907/08.

[3]) vgl. Lau, Astr. Nachr. Bd. 188 S. 235.

[4]) Astr. Journ. Nr. 558.

genaueren abgeleiteten Parallaxenwerte vor. Der Plan, nach dem die vorliegende Untersuchung angestellt wurde, war der, daß zunächst ein Apex der Sonnenbewegung berechnet werden sollte. Bei einer Apexbestimmung ergibt sich aber auch die Größe der Sonnenbewegung gegenüber der Gesamtheit der betrachteten Sterne. Aus dieser Sonnenbewegung kann dann mit Hilfe einer bestimmten Sonnengeschwindigkeit — es wurde der von Campbell zu 20 km/sec als der am sichersten bestimmte Wert angenommen — eine mittlere Parallaxe für die betrachteten Sterne abzuleiten versucht werden.

Im einzelnen gliedern sich die weiteren Ausführungen nach dem zu Anfang gegebenen Inhaltsverzeichnis.

Teil I.

Rechnerische Untersuchung des von Comstock im Bd. XII der Publ. of the Washburn Observatory veröffentlichten Beobachtungsmaterials von Eigenbewegungen schwacher Sterne.

1. Kritik des Comstockschen Materials und Auswahl des zur Untersuchung brauchbaren.

Einer Untersuchung nach dem in der Einleitung angeführten Plan, sollte sie eine strenge sein, war das Comstocksche Beobachtungsmaterial ohne weiteres nicht fähig. Vielmehr mußte es vorher nach verschiedenen Gesichtspunkten hin durchgesehen werden. Zur Statistik des Materials, das in dem Bd. XII der Publ. of the Washburn Observatory niedergelegt ist: Es enthält die Beobachtungen von 222 Sternen. Helligkeiten kommen von der Größe 6^m7 an vor, aber in der Mehrzahl sind die Sterne lichtschwächer als die Größe 9^m. Die Beobachtungen von früheren Epochen, die Comstock zur Ableitung seiner EB. heranzog, wurden von verschiedenen Beobachtern angestellt, ein sehr wesentlicher Teil davon stammt von O. Struve. Im Durchschnitt liegt zwischen der ersten und letzten Beobachtung, die miteinander verglichen wurden, ein Zeitraum von 50 Jahren. An sich dürften dann, sieht man von bisher unbekannten Fehlerquellen ab, die abgeleiteten Resultate den Anspruch erheben, wirkliche EB. darzustellen. Weiter auf Comstocks Beobachtungsmethoden einzugehen, erübrigt sich, da diese hier nicht untersucht werden sollen. Sie sind in dem Bd. XII der Publ. of the Washburn Observatory im einzelnen erläutert. Es sollen hier auch nicht die mittleren Fehler und die Quellen ihres Entstehens untersucht werden, obwohl das vielleicht eine Aufgabe wäre, die, da es sich mit um Beobachtungen O. Struves handelt, nach Herrn Laus Bemerkungen ein Ergebnis haben könnte.

Aus dem Comstockschen Beobachtungsmaterial der 222 Sterne scheiden aus: 55 Sterne, deren Helligkeit größer ist als die 9^m. Es sollten nur die EB. der schwächeren Sterne, für eine mittlere Helligkeit etwa von 10^m untersucht werden. Würde man auch die helleren Sterne von 6^m7 (Nr. 200 bei Comstock) — 8^m9 berücksichtigt haben, so hätte sich erstens die mittlere Helligkeit verschoben,

was der Aufgabe widersprach. Zweitens muß man von vornherein Bedenken haben, bei Bestimmungen, die einen Mittelwert von Parallaxen liefern sollen, und allein schon, wenn sie nur einen Apex liefern sollen, das Helligkeitsintervall zu weit zu nehmen. Denn es ist an sich nicht wahrscheinlich, daß die Sonnenbewegung die gegenüber zweier Helligkeitsklassen einzeln linear ist, auch für beide kombiniert linear bleibt, oder m. a. W. ob nicht eine Helligkeitsklasse gegenüber der anderen eine Drehung ausführt. An sich ist das aber nur zu erwarten für weit auseinander liegende Helligkeitsklassen, insbesondere auch, wenn die Verteilung der einzelnen Helligkeiten räumlich verschiedenen Gesetzen folgt. Es wurde jedenfalls hier, um sicherer zu gehen, besonders auch im Hinblick auf den zahlenmäßig geringen Umfang des Beobachtungsmaterials, das Helligkeitsintervall der mitzunehmenden Sterne möglichst eng gewählt.

Jedoch wird man seine Wahl auch so treffen, daß es noch erlaubt bleibt, Mittelwerte zu bilden, ohne daß man fürchten muß, durch das Auftreten von einigen oder sogar einer Mehrzahl von Extremwerten typische Eigenschaften des betrachteten Materials überdeckt zu finden. Aus dieser Erwägung heraus wurden die oben angegebenen Helligkeitsgrenzen festgelegt.

Weiter befanden sich unter den 222 Comstockschen Sternen 32 physische Doppelsterne. Der Charakter von 5 derselben wurde mit Hilfe Burnhams Doppelsternkatalog nachgewiesen, während der physische Charakter der übrigen 27 Doppelsterne auch schon Comstock bekannt war.

Da es sich nicht empfiehlt, die EB. physischer Doppelsterne, da Fehler in der Bahnbestimmung die Richtung der resultierenden EB. stark beeinflussen können, zu einer Apexbestimmung heranzuziehen, mußten sie in der vorliegenden Untersuchung unberücksichtigt bleiben. Übrigens schieden schon 8 von diesen 32 physischen Doppelsternen von vornherein aus, weil ihre Helligkeit größer als 9^m war.

Ferner mußten unberücksichtigt bleiben 22 Sterne, die keine reellen EB. lieferten. Zum Teil war es wohl auch bei diesen Sternen unsicher, ob sie nicht physische Doppelsterne waren.

An sich könnte man sich dazu veranlaßt sehen, auch Sterne mit einer unmerklichen EB. den Rechnungen miteinzubeziehen, und zwar nicht als Ausnahmefälle, sondern einfach ausgehend von der Annahme, daß auch das Vorkommen der EB. nach einem Häufigkeitsgesetz sich regelt. Ein solches Häufigkeitsgesetz, Häufigkeitsfunktion der EB., tritt natürlich schon als Folge des Vorhandenseins einer solchen für die Leuchtkräfte auf; außerdem würde auch die Streuung der Parallaxen eine solche hervorrufen. Doch wären die Verhältnisse kaum übersehbar. Ließe man dies aber gelten, dann hätten Sterne, sobald sie nur beobachtet sind, logisch die Berechtigung, bei solchen

Untersuchungen mitberücksichtigt zu werden. Nun scheint man aber von dem Vorhandensein einer ausgeprägten Häufigkeitsfunktion der EB. nicht überzeugt zu sein, wenigstens deutet daraufhin, daß man Angaben von EB. für mittlere Helligkeiten macht; und man sieht das Fehlen einer EB. fast ausschließlich als eine Folge der Entfernung an. Da aber für Apexbestimmungen eine große Streuung in den Parallaxen unerwünscht ist, worauf eben das Fehlen von EB., abgesehen auch von Messungsfehlern, die ein Ergebnis in Frage stellen könnten, zurückführen würde, so sieht man sich veranlaßt, Sterne mit unmerklicher EB. nicht zu berücksichtigen.

Als maßgebend für alle diese Kriterien des Ausscheidens wurden die Angaben des Burnhamschen Kataloges angenommen. Dieser wurde erst nach Comstocks Veröffentlichung abgeschlossen und konnte somit unabhängige Kontrollen liefern.

Es wurden auch sämtliche Sterne mit einem Minimalwert in Distanz einer besonderen Durchsicht unterzogen. Als Minimalwert in Distanz wurde $s = 15''0$ angenommen. Es fanden sich unter den 222 Sternen 21, deren Distanz diese Grenze unterschritt. Davon hatten 3 eine Helligkeit größer als 9^m. Von den übrigen 18 waren 8 bestimmt physische Doppelsterne, bei 2 war dies unsicher. Von den übrigen 8 kommt 2 wegen der auffällig großen EB. der Charakter von Extremwerten zu. Es bleiben also 6, die wegen $s < 15''0$ weggelassen wurden. Und zwar war dafür die Überlegung ausschlaggebend, daß man unter Doppelsternen mit geringer Distanz, mit großer Wahrscheinlichkeit physische Doppelsterne vermuten kann. Letztere sollten aber ausscheiden. Dann dürften auch Sterne mit geringer Distanz größeren Beobachtungsfehlern im Positionswinkel ausgesetzt sein. Außerdem schien es noch wünschenswert, weitere 6 Sterne, zum Teil wahrscheinlich variabler EB., überhaupt wegen Unsicherheit der Daten der Untersuchung nicht mit einzubeziehen. Es bleiben nach dieser Durchsicht von sämtlichen 222 Comstockschen Sternen 107 übrig.

Diese 107 Sterne, auf denen die späteren Rechnungen fundiert sind, verteilen sich ziemlich gleichmäßig über die Sphäre innerhalb einer Zone, die begrenzt wird vom Äquator und dem Deklinationskreis $\delta = +60°$. Nach ihrer Verteilung in bezug auf die Milchstraße hin untersucht, fand sich für die Sterne nördlicher Deklination, daß sie sich nach den Seeligerschen Zonen wie folgt verteilen: von 99 Sternen — 8 haben eine negative Deklination — fallen in die

Zonen	Zahl	Zonen	Zahl
I	5	V	23 (Zone der Milchstraße)
II	10	VI	20
III	19	VII	9
IV	11	VIII	2

Wollte man weiter nach Gesetzmäßigkeiten suchen, die von der Milchstraße bedingt in diesen EB. ausgeprägt sein könnten, so sind diese Zahlen wohl zu dürftig, als daß man einigermaßen zuverlässige Angaben erhalten könnte.

Es soll daher eine Untersuchung des gesichteten Comstockschen Materials nach dieser Richtung hin unterbleiben. Derselbe Grund ließ es auch überflüssig erscheinen, die Verteilung der betrachteten Sterne nach Flächen gleichen Inhalts zu untersuchen. Die oben angeführten Zahlen, die die Verteilung der betrachteten Sterne nach ihrer Lage zur Milchstraße geben, wurden mit Hilfe der Tafel, die Herr Geh. Rat v. Seeliger in seiner Arbeit: Über die räumliche und scheinbare Verteilung der Sterne[1]) gibt, abgeleitet.

Als besonders auffällig an dem Material muß noch erwähnt werden die Tatsache, daß 81 % (87 Sterne) eine negative Komponente der EB. in Deklination aufweisen. Bildet man den Durchschnittswert sämtlicher EB.-Komponenten in Deklination, so ergibt sich dieser Wert zu etwa:

$$\frac{[\Delta\delta]}{n} = -1'',60.$$

Der Durchschnittswert der 87 negativen EB.-Komponenten allein ist:

$$\frac{[\Delta\delta]_{neg}}{n} = -1'',82.$$

Diese beiden Zahlenwerte sind gebildet unter Weglassung der bei einer zweiten Ausrechnung nicht mitzunehmenden großen EB. Es ist also auch der erste Wert $-1'',6$, die sogen. „südliche Drift" der als normal anzusehenden Sterne. Doch soll der Einfluß dieser Erscheinung auf die Rechnungsresultate, der Erscheinung, die Herr Comstock als eine südliche Drift, hervorgerufen durch eine ausgeprägte nördliche Komponente der Sonnenbewegung gegen diese Sterne, ansieht[2]), erst an anderer Stelle betrachtet werden.

Als mittleren Wert gibt Herr Comstock für die EB. seiner Sterne $3''—4''$ im Jahrhundert an und fügt hinzu: considerably greather than has been commonly assumed for that magnitude: sie sei größer, als man eigentlich für diese Sterngröße erwarten sollte. Unter den 107 Sternen sind 16 mit einer EB. größer als $5'',0$ pro Jahrhundert; diese Werte wurden als Ausnahmefälle behandelt. Bildet man einen Helligkeitsmittelwert für diese 107 Sterne, so ergibt sich der Wert $m = 10{,}4$.

[1]) München 1912, Sitzungsberichte der Kgl. Bayr. Akademie S. 504 ff.

[2]) vgl. Comstock, Astr. Journ. Nr. 655 p. 51: The well marked southerly streaming tendency.

Nr. bei Comstock	Bezeichnung des Vergleichsternes	Größe des Begleitsternes	Position 1900 AR		Position 1900 Dekl.	EB (pro Jahrhundert) 1850 $\Delta\alpha \cos\delta$	EB (pro Jahrhundert) 1850 $\Delta\delta$	Bemerkungen
			h	m	Grad	"		
1	Arg. 559	9,1	0	1	28,5	+ 1,27	— 2,29	Bei der allgemeinen Ausgleichung zusammengenommen
2	α Andromedae	10,9		3	28,5	+ 0,68	— 1,76	
4	σ 6	9,5		15	37,7	+ 0,81	+ 0,22	
*6	49 Piscium	10,4		26	15,5	+ 5,56	+ 1,63	
8	Σ 42 *AC*	10,1		31	29,5	— 1,22	— 0,40	
9	54 Piscium	10,9		34	20,7	+ 1,95	— 0,45	
10	α Casiopeiae	9,5		35	56,0	— 0,28	— 0,52	
11	μ Andromedae	9,9		51	38,0	+ 3,48	+ 0,55	
13	μ Casiopeiae	10,6	1	00	54,5	— 1 84	+ 2,26	Mit 16 bei der allgemeinen Ausgleichung zusammengenommen
14	σ^2 Piscium	9,5		1	31,6	+ 0,28	— 0,49	
*15	80 Piscium	10,0		3	5,1	— 2,47	—11,31	
16	ϑ Caniopeiae	10,0		5	54,6	+ 1,19	+ 0,39	
17	ψ Caniopeiae *BC,A*	10,2 10,9		18	67,6	— 0,49	+ 0,22	
18	Σ 125	10,2		22	— 0,7	— 1,83	+ 0,58	Zusammengenommen
19	μ Piscium	11,1		25	5,6	+ 3,68	— 1,80	
20	Σ 132 reg.	10,0		27	16,4	— 0,81	— 0,75	
23	107 Piscium	10,4		37	19,8	+ 0,85	— 0,52	
24	6 h Persei	10,0	2	7	50,6	— 0,35	— 0,33	
25	o Ceti	9,3		14	— 3,4	— 0,27	— 0,95	
26	ϑ Persei	9,8		37	+ 48,8	+ 1,70	— 0,20	
28	41 Arietis *AB*	11,2	2	44	26,8	— 1,43	— 0,05	Zusammen
29	41 Arietis *AC*	10,9		44	26,8	+ 0,07	— 1,22	
30	41 Arietis *AD*	9,0		44	26,8	+ 2,21	— 0,63	
31	16 Persei	9,3		44	37,9	— 4,23	+ 2,17	
37	A^1 Tauri	9,3	3	59	21,8	+ 0,93	— 2,24	
40	40 Eridani *AD*	12,0	4	11	— 7,9	+ 0,50	— 3,28	Zusammen
42	40 Eridani *AE*	12,0		11	— 7,9	+ 3,02	— 2,73	
*44	α Tauri	10,3		30	16,3	+ 9,03	— 3,94	
45	1 Orionis	10,0		44	6,8	— 0,48	— 0,12	
46	13 Orionis *AB*	9,1	5	02	9,4	+ 1,19	— 0,79	
49	α Aurigae	9,0		9	45,9	+ 0,73	— 1,31	
50	λ Aurigae	9,2		12	40,0	+ 0,60	— 0,57	
51	111 Tauri	9,0		19	17,3	+ 0,34	+ 1,05	
55	ϑ Aurigae *AC*	10,6		53	37,2	— 0,20	— 2,28	Zusammen
56	ϑ Aurigae *AD*	9,4		53	37,2	— 0,77	— 1,29	
65	Castor *AD*	9,5	7	28	32,1	— 1,15	— 1,19	
68	Procyon *AD*	12,2		34	5,5	— 2,56	— 1,07	
69	Pollux *AB*	10,5		39	28,3	— 0,15	— 0,65	Zusammen
70	Pollux *BC*	10,8		39	28,3	— 0,09	— 1,74	
71	Pollux *AD*	11,2		39	28,3	— 0,69	— 2,70	
72	Pollux *AE*	11,7		39	28,3	— 0,84	— 1,60	
76	Arg. 167 *AB*	11,1	8	5	32,8	+ 0,54	— 4,61	
*77	Arg. 167 *AC*	9,9	8	5	32,8	— 2,00	+ 5,37	
78	Br 1169	9,3		9	59,5	— 2,65	— 1,52	
81	δ Cancri	12,0		39	18,5	— 2,29	— 1,70	
*83	10 Ursae maior. *AB*	10,0		54	42,2	— 3,98	— 4,17	Zusammen
84	10 Ursae maior. *AC*	10,3		54	42,2	— 0,10	— 3,67	
*85	75 Cancri	9,1	9	3	27,0	— 0,18	— 6,42	
86	81 π Cancri	9,1		7	15,4	+ 1,51	— 0,26	

Nr. bei Comstock	Bezeichnung des Vergleichsternes	Größe des Begleitsternes	Position 1900		EB (pro Jahrhundert) 1850		Bemerkungen
			AR	Dekl.	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	
			h m	Grad	"		
87	ϑ hydrae	10,4	9	2,8	− 3,32	+ 2,61	
***88**	σ 331	9,0	9	23,8	+ 0,95	− 6,96	
99	χ leonis	9,5	11 0	7,9	− 0,70	− 4,00	
101	Σ 1517 *AC*	10,3	8	20,7	− 2,41	− 0,99	Zusammen
104	δ leonis	10,1	9	21,0	+ 0,04	− 2,66	Zusammen
105	81 leonis	9,7	20	17,0	− 0,05	− 1,60	
106	61 ursae maioris	11,2	36	34,8	+ 2,20	+ 0,02	
***107**	62 ursae maioris	9,3	36	32,3	+ 1,21	− 9,24	
108	β virginis	10,6	46	2,3	− 0,84	− 2,68	
***117**	δ virginis	10,5	12 51	4,0	− 4,86	− 4,59	
119	43 comae	10,6	13 7	28,4	− 2,04	− 2,95	
***121**	61 virginis	9,5	13	− 17,8	− 0,41	− 5,05	
124	η bootis	9,4	50	18,9	− 1,48	− 0,13	
127	ϱ bootis	12,0	14 28	30,6	+ 2,09	+ 0,34	
128	γ bootis *AB*	12,8	28	38,8	+ 0,18	− 3,74	
129	σ bootis *AB*	11,4	14 30	30,2	− 1,01	+ 0,02	
***130**	σ bootis *BC*	9,9	30	30,2	+ 0,13	− 5,34	
131	Sh 190 *AE*	12,.	52	− 20,9	+ 0,79	− 3,19	Zusammen
***132**	Sh 190 *AF*	13,.	52	− 20,9	− 1,82	− 7,03	Zusammen
136	39 Serpentis	11,6	15 48	13,5	− 0,56	− 2,16	
137	γ Serpentis	10,5	52	16,0	− 4,69	+ 0,20	
139	σ 502	10,2	57	26,5	− 2,25	− 3,15	Zusammen
140	ϱ coronae	10,0	57	33,6	− 0,06	− 2,41	Zusammen
141	49 serpentis *AB, C*	10,0	16 8	13,8	− 2,22	+ 0,51	
142	σ coronae *AB, C*	10,0	11	34,1	− 1,02	− 1,96	
143	γ herculis	9,5	18	19,4	− 2,12	− 2,48	Zusammen
145	ω herculis	11,8	20	14,3	− 2,01	− 1,10	Zusammen
149	43 herculis	9,5	40	6,3	+ 0,23	− 2,27	
153	60 herculis	10,8	17 1	12,9	− 1,03	+ 0,26	
155	72 herculis	9,3	17	32,6	− 0,98	− 2,88	
157	ψ draconis	10,3	45	72,2	+ 0,86	− 1,09	
159	70 ophiuchi *AB, a*	12,8	18 1	2,5	+ 0,21	− 1,61	Zusammen
160	70 ophiuchi *AB, b*	12,5	1	2,5	+ 1,04	− 0,46	Zusammen
161	70 ophiuchi *AB, c*	11,8	1	2,5	+ 1,94	+ 0,28	
162	η serpentis	9,8	16	− 2,9	− 2,49	− 0,37	
163	109 herculis	10,1	19	21,7	− 0,22	− 2,37	
166	α lyrae	9,5	34	38,7	+ 1,07	− 0,86	
***167**	Σ 2396	10,8	18 44	10,6	− 1,14	− 5,82	
171	11 aquilae	9,3	54	13,5	− 1,05	− 1,75	
174	31 aquilae *BC*	9,5	19 20	11,7	+ 0,41	− 0,63	
175	21 *B*, vulpeculae	11,0	21	24,7	− 0,50	− 2,00	
178	σ draconis	10,0	33	69,4	− 1,14	− 0,68	
179	ϑ cygni	11,3	34	50,0	− 1,11	− 1,38	
181	α aquilae	9,9	46	8,6	+ 0,05	− 0,67	
183	15 sagittae *AC*	9,0	20 00	16,8	− 1,44	− 0,69	
187	β delphini *AC*	12,0	33	14,2	+ 0,81	− 4,04	
188	β delphini *AD*	10,8	33	14,2	− 0,23	− 1,81	
191	ε cygni	12,2	42	33,6	− 1,35	− 0,61	
193	56 cygni	11,0	46	43,7	+ 1,20	− 1,87	

Nr. bei Comstock	Bezeichnung des Vergleichsternes	Größe des Begleitsternes	Position 1900		EB (pro Jahrhundert) 1850		Bemerkungen
			AR	Dekl.	$\Delta\alpha \cos\delta$	$\Delta\delta$	
			h m	Grad	"		
195	61 cygni *AB, C*	10,1	21 02	38,2	+ 2,51	+ 1,15	
***200**	μ cygni *AC*	**6,7**	40	28,3	− 0,48	− 6,07	Versehentlich
204	15 cephei *AC*	9,5	22 1	59,3	+ 6,06	− 2,55	mitgenommen
205	ι pegasi	11,1	2	24,8	+ 0,14	− 1,84	
***211**	Arg. 528	9,7	46	13,4	+10,35	+ 6,44	
213	16 lacertae *AC*	9,0	52	41,1	− 0,26	− 1,65	
214	$O\Sigma$ 536	9,5	54	8,8	+ 0,07	− 0,42	
215	β pegasi	9,4	59	27,5	+ 2,88	− 1,68	
***220**	λ andromedae	10,4	23 33	45,9	+ 5,90	− 1,18	Versehentlich bei der verbesserten Ausgleichung doch noch mitgenommen

Vergleicht man schließlich noch die EB. von Comstock mit denen, die Herr Lau [1]) teilweise für dieselben Sterne abgeleitet hat, so muß man in der überwiegenden Mehrzahl starke Abweichungen konstatieren, ein Punkt, auf den später zurückgekommen werden soll.

In vorstehender Tafel ist das gesamte Material, das in vorliegender Arbeit untersucht wurde, zusammengestellt.

In der ersten Spalte ist die Nummer des Sternes im Comstockschen Verzeichnis enthalten.

Spalte 2 gibt die Katalogbezeichnung des betreffenden Sternes; Spalte 3 die Sterngröße *m* des schwachen Begleiters. In Spalte 4 u. 5 sind die Positionen der Sterne in beiden Koordinaten gegeben, und unter den Nummern 6 u. 7 ist die hundertjährige EB. der einzelnen Sterne für das Äquinoktium 1850,0 zu ersehen. Spalte 8 enthält Bemerkungen, ob die Sterne und welche zu einer Position zusammengenommen wurden, und etwaige Fehler. Ziffern mit einem in Spalte 1 ausgezeichnete Stern sind wegen EB. > 5″,0 bei der verbesserten Ausgleichung weggelassen.

2. Entwicklung der Airyschen Methode der Apexbestimmung.

Nach der in vorhergehendem Abschnitt vorgenommenen Durchsicht konnte an die Durchführung der zu einer Apexbestimmung notwendigen Rechnung gegangen werden. Es war also das nach der Durchsicht nur mehr übrigbleibende Material von 107 Sternen zu bearbeiten. Für die Wahl der Airyschen Methode zur Apexbestimmung

[1]) Astr. Nachr. Bd. 185 S. 217/18.

waren zwei Momente ausschlaggebend. Das eine Mal gestattet die Airysche Methode, den Apex zu bestimmen, ohne daß eine angenäherte Richtung der Sonnenbewegung willkürlich angenommen zu werden braucht. Das andere Mal waren bisher die meisten Apexbestimmungen nach ihr ausgeführt worden, und man konnte die erhaltenen Resultate mit solchen anderer Rechner vergleichen, ohne befürchten zu müssen, daß die Resultate, was die Methode betraf, nach der sie erhalten wurden, inhomogen seien.

Die Methode von Airy liefert bekanntlich die Sonnenbewegung zerlegt in drei rechtwinklige Koordinaten gegen die Gesamtheit der bei der jeweiligen Betrachtung zugrunde liegenden Sterne. Diese Definition einer Sonnenbewegung ist wenig befriedigend, aber es ist unmöglich, da weder die Massen der Sterne noch deren Entfernungen von der Sonne bekannt sind, anzugeben, welche Lage der Schwerpunkt der Gesamtheit der betrachteten Sterne, oder wenn man so sagen darf des Systems der betrachteten Sterne zur Bewegungsrichtung der Sonne hat. Man könnte nur den an sich wenig anschaulichen Begriff eines arithmetischen Mittelpunktes des Systems einführen, in dem das absolute Koordinatensystem orientiert sein soll, und diesen Punkt als einen formalen Schwerpunkt bezeichnen, aber damit ist wenig gewonnen. Es wird sich zeigen, daß diese Unsicherheit praktisch zu beseitigen ist, allerdings durch Annahme von Voraussetzungen, die die Allgemeinheit einschränken. Man wird also ein Koordinatensystem mit seinem Ursprung in die Sonne legen und dieses durch die bekannten Formeln mit einem absoluten, dessen Ursprung nicht näher definiert werden kann, verbinden.

Man wird allerdings von dem absoluten Koordinatensystem verlangen, daß es den Bedingungen, die man einem Inertialsystem (IS.) stellt, genügt, es wird aber, auch wenn man es in den Mittelpunkt des Milchstraßensystems mit seinem Ursprung legt, also von galaktozentrischen Koordinaten spricht, nicht näher definiert. Die Unsicherheit in der Definition des absoluten Koordinatensystems wird dann später durch gewisse Annahmen umgangen werden.

Die Achsen des mit seinem Ursprung in der Sonne liegenden Koordinatensystems sind derart orientiert, daß die x-Achse nach dem Widderpunkt, die y-Achse nach dem Punkt mit der AR 90° und die z-Achse senkrecht zur Äquatorebene — soll das System ein Rechtssystem sein — nach dem Nordpol zeigt. Zwischen den mit diesen rechtwinkligen Achsen parallelen Komponenten der Sonnenbewegung X', Y' Z' und den entsprechenden sphärischen besteht folgende Beziehung:

$$A \left| \begin{array}{l} X' = q \cos D \cos A \\ Y' = q \cos D \sin A \\ Z' = q \sin D \end{array} \right.$$

Beachtet man, daß X', Y', Z' sehr klein sind, so kann man setzen $X' = dX$ usw.

Es ist hierbei

$$\left.\begin{array}{l} A = AR \\ D = \text{Dekl.} \\ q = \text{Geschwindigkeit} \end{array}\right\} \text{des Zielpunktes} \Bigg\} \text{der Sonnenbewegung.}$$

Sind die galaktozentrischen Koordinaten eines Sternes x', y', z' rechtwinklig und sphärisch r, α', δ'; die heliozentrischen Koordinaten desselben Sternes x, y, z bezw. ϱ, α, δ, dann vermitteln folgende Formeln den Übergang zwischen rechtwinkligen und sphärischen Koordinaten:

$$\begin{array}{llll} x' = r\cos\delta'\cos\alpha' & \text{und} & x = \varrho\cos\delta\cos\alpha = x' - X \\ y' = r\cos\delta'\sin\alpha' & & y = \varrho\cos\delta\sin\alpha = y' - Y \\ z' = r\sin\delta' & & z = \varrho\sin\delta \quad\quad = z' - Z. \end{array}$$

Es sind x, y, z die relativen Koordinaten des betrachteten Sternes, wenn x', y', z' die absoluten und X, Y, Z die der Sonne sind. Zum Zwecke numerischer Rechnung differenziert man diese Gleichungen nach der Zeit t, da man die beobachteten EB. als Differentiale nach der Zeit ansehen kann. Die differenzierten Gleichungen kombiniert man dann folgenderweise: Zunächst erhält man

$$1)\quad \frac{dx}{dt} = \frac{d\varrho}{dt}\cos\delta\cos\alpha - \varrho\cos\delta\sin\alpha\frac{d\alpha}{dt} - \varrho\sin\delta\cos\alpha\frac{d\delta}{dt} = \frac{d(x'-X)}{dt}$$

$$2)\quad \frac{dy}{dt} = \frac{d\varrho}{dt}\cos\delta\sin\alpha + \varrho\cos\delta\cos\alpha\frac{d\alpha}{dt} - \varrho\sin\delta\sin\alpha\frac{d\delta}{dt} = \frac{d(y'-Y)}{dt}$$

$$3)\quad \frac{dz}{dt} = \frac{d\varrho}{dt}\sin\delta + \varrho\cos\delta\frac{d\delta}{dt} \qquad\qquad = \frac{d(z'-Z)}{dt}$$

Multipliziert man nun 1 mit $\cos\alpha$, 2 mit $\sin\alpha$ und addiert, so erhält man:

$$4)\quad \frac{d\varrho}{dt}\cos\delta - \varrho\sin\delta\frac{d\delta}{dt} = \frac{d(x'-X)}{dt}\cos\alpha + \frac{d(y'-Y)}{dt}\sin\alpha.$$

Multipliziert man 3 mit $+\cos\delta$ und 4 mit $-\sin\delta$ und addiert, so kommt:

$$\text{I}\quad \varrho\frac{d\delta}{dt} = \frac{d(x'-X)}{dt}\cos\alpha\sin\delta + \frac{d(y'-Y)}{dt}\sin\alpha\sin\delta - \frac{d(z'-Z)}{dt}\cos\delta$$

Weiter erhält man, wenn man 1) mit $\sin\alpha$ und 2) mit $-\cos\alpha$ multipliziert und danach addiert

$$\text{II}\quad \varrho\cos\delta\frac{d\alpha}{dt} = +\frac{d(x'-X)}{dt}\sin\alpha - \frac{d(y'-Y)}{dt}\cos\alpha.$$

I und II sind die hier in Betracht kommenden zwei Hauptgleichungen der Airyschen Methode, die sich unter gewissen Voraussetzungen ohne weiteres zur Auswertung der Beobachtungsresultate bei einer Apexbestimmung anwenden lassen. Es sind nämlich die Ausdrücke: $d\delta$ und $\cos\delta\, d\alpha$ die Komponenten der beobachteten EB. des Sternes.

An sich bliebe das Problem immer unbestimmt, solange man die $\frac{d(x'-X)}{dt}$ usw. nach dx' und dX nicht trennen kann. Nun sind aber die $\frac{dx'}{dt}$ usw. die Geschwindigkeiten eines Sternes gegen ein IS., also absolut, soweit das durch das System der betrachteten Sterne definierte IS. festliegt. Es muß also immer bedacht werden, daß die Airysche Methode die Bewegung der Sonne gegen den sogenannten formalen Schwerpunkt des Systems der betrachteten Sterne liefert, also insofern noch eine Unsicherheit besteht, soweit es nicht gelingt, diesen Punkt selbst noch unabhängig festzulegen. Die Unsicherheit in der Lage dieses Punktes läßt sich aber ohne weit ausgreifende Annahmen kaum beseitigen. Da diese aber den wirklichen Verhältnissen Zwang antun würden, so läßt man den formalen Schwerpunkt lieber unbestimmt. Um aber eine Trennung, wie sie oben verlangt wurde, der dx' von den dX zu ermöglichen, macht man die allgemeine Annahme, die für eine große Zahl von Sternen erlaubt ist: daß sich die dx' usw. in ihrer Summe eben für eine größere Anzahl Sterne aufheben. Dem entspricht die Hypothese, daß alle möglichen Bewegungsrichtungen und Größen in allen Regionen des Fixsternraumes gleichhäufig sind. Inwieweit dies für die betrachteten Sterne gilt, kann nicht untersucht werden, denn es ist deren Zahl zu klein, und man könnte schließlich jede gewünschte Verteilung der Bewegungsrichtungen erhalten. Um überhaupt das Problem einer numerischen Rechnung fähig zu machen, ist es weiter nötig, über die ϱ eine Annahme zu machen. Die einfachste im Hinblick auf die relativ kleine Zahl der betrachteten Sterne und das geringe Helligkeitsintervall ist die, daß man sämtliche $\varrho = 1$ setzt. Mit diesen Annahmen reduzieren sich die Airyschen Gleichungen auf die Form:

$$\text{I a} \qquad d\delta = dX\cos\alpha\sin\delta + dY\sin\alpha\sin\delta - dZ\cos\delta + \Gamma$$

$$\text{II a} \qquad \cos\delta\, d\alpha = dX\sin\alpha - dY\cos\alpha + \Delta.$$

Hierin bedeuten Γ und Δ etwaige Korrektionen, die notwendig sein könnten, wenn irgendwie systematische Beobachtungsfehler auftreten. Nach diesen zwei Arten von Gleichungen wurde nun unter Anwendung der Methode der kl. Quadrate gerechnet. Es wurde im allgemeinen allen Positionen das Gewicht 1 zuerteilt; nur wenigen ein größeres, und dort je nach der Zahl der zu einer Position vereinigten Daten.

Es handelt sich dabei nur um das Zusammennehmen von ganz benachbarten Sternen, und dies kommt vor: einmal für 4, einmal für 3 und elfmal für je 2 Sterne, so daß im ganzen für 107 Sterne 91 Gleichungen aufzulösen sind. Die Koeffizienten dieser Bedingungsgleichungen wurden mit den Crelleschen Rechentafeln gebildet.

3. Allgemeine Auswertung und formale Kritik.

Es werden zunächst die 91 Bedingungsgleichungen der Form II a, also die Gleichungen, die die Komponente der EB. in AR enthalten, behandelt. Diese lieferten unter Anwendung der nötigen Zahl von Kontrollgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate folgende Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} 54{,}22\,X - 1{,}95\,Y - 3{,}35\,\Delta &= +\ 9{,}79 \\ -\ 1{,}95\,X + 52{,}71\,Y - 6{,}35\,\Delta &= -\ 63{,}61 \\ -\ 3{,}35\,X - 6{,}35\,Y + 82{,}48\,\Delta &= +\ 2{,}30. \end{aligned}$$

Hierin bedeuten die X, Y, Z die unbekannten Komponenten der Sonnenbewegung in den 3 Koordinatenrichtungen. Sie sind also für die dX, dY, dZ, welche Terme mit der gleichen Bedeutung bei der Ableitung der Airyschen Gleichungen benutzt wurden, gesetzt worden. Diese Normalgleichungen ergeben als Unbekannte:

$$\begin{aligned} X &= +\ 0{,}1334 \pm 0{,}3068 \\ Y &= -\ 1{,}2076 \mp 0{,}3130 \qquad A_1. \\ \Delta &= -\ 0'',0598 \mp 0'',2503 \end{aligned}$$

Zwecks einer späteren Zusammenstellung mögen diese Resultate die Kennziffer A_1 erhalten. Wie man sieht, sind die mittleren Fehler auffallend groß, was eine Begleiterscheinung darin auch hat, gewissermaßen eine Kontrollierende, daß die Σ der Fehlerquadrate nur um etwa $^1/_6$ ihres ursprünglichen Betrages herabgedrückt wird. Dem Wert von Δ, dem eine Verbesserung des Äquinoktiums entspräche, ist keine reelle Bedeutung beizumessen, da ja auch der mittlere Fehler 4 mal so groß ist als der Wert selbst.

Kombiniert man nun die Werte von X und Y, so liefert die Beziehung:

$$\frac{Y}{X} = \operatorname{tg} \alpha,$$

wo $\alpha = AR$ des Apex ist, wenn man auf das Vorzeichen der X und Y achtet und die Orientierung der Koordinatenachsen berücksichtigt. Es ergibt sich für $\operatorname{tg} \alpha = -\ 83° 42'$.

Dem entspricht also eine AR des Apex zu

$$AR\ 276°\ 18' \pm 14° 28'.$$

Der mittlere Fehler von AR wurde mit Hilfe der Formel, wie sie den Grundsätzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung bei kleinen mittleren Fehlern von X und Y entspricht,

$$\varepsilon_{AR} = \frac{\sqrt{Y^2 \varepsilon_x^2 + Y^2 \varepsilon_y^2}}{\sin 1' (x^2 + y^2)}$$

gebildet, wo ε_x und ε_y die mittleren Fehler der entsprechenden Unbekannten sind.

Die entsprechenden 91 Bedingungsgleichungen, die für die Komponenten der EB. in Dekl., also nach der Form I a gebildet sind, ergeben nach der Methode der kl. Quadrate folgende Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}
12{,}798\,X - 0{,}165\,Y - 5{,}017\,Z + 7{,}960\,\Gamma &= + 10{,}658 \\
-0{,}165\,X + 11{,}666\,Y - 1{,}127\,Z + 1{,}044\,\Gamma &= + 1{,}028 \\
-5{,}017\,X - 1{,}127\,Y + 82{,}512\,Z - 92{,}675\,\Gamma &= + 151{,}593 \\
+7{,}960\,X + 1{,}044\,Y - 92{,}675\,Z + 107{,}000\,\Gamma &= - 169{,}901.
\end{aligned}$$

Hieraus erhält man folgende Werte der Unbekannten:

$$\begin{aligned}
X &= + 1{,}8430 \pm 0{,}7836 \\
Y &= + 0{,}2778 \pm 0{,}7491 \\
Z &= + 0{,}4611 \pm 1{,}8297 \\
\Gamma &= - 1'',328 \pm 1'',6253
\end{aligned} \qquad D_1.$$

Die Kennziffer D_1 dient demselben Zweck wie oben A_1. Nimmt man auch hier die Transformation vor, um die sphärischen Koordinaten des Apex zu erhalten, so bekommt man:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{Y}{X}; \qquad \operatorname{tg} \delta = \frac{Z}{\sqrt{X^2 + Y^2}}; \qquad q = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}.$$

Und die numerischen Werte, die man erhält, sind:

$$\begin{aligned}
AR &+ 8^\circ 34' \pm 23^\circ 03' \\
\delta &+ 13^\circ 54' \pm 53^\circ 17',5 \\
q &+ 1'',920 \pm 0'',8778.
\end{aligned}$$

Die Bildung der mittleren Fehler erfolgte nach den Formeln:
Für ε_{AR} siehe oben.

Für ε_δ nach dem Vorgange L. Struves [1]) nach der Formel:

$$\varepsilon_\delta = \frac{\sqrt{Z^2 (X^2 \varepsilon_x^2 + Y^2 \varepsilon_y^2) + (X^2 + Y^2)^2 \varepsilon_z^2}}{\sin 1' (X^2 + Y^2 + Z^2) \sqrt{X^2 + Y^2}}$$

und für ε_q nach der Formel:

$$\varepsilon_q = \sqrt{\frac{X^2 \varepsilon_x^2 + Y^2 \varepsilon_y^2 + Z^2 \varepsilon_z^2}{X^2 + Y^2 + Z^2}}.$$

[1]) Konstante der Präzession usw. S. 23.

Auffallend groß sind hier die mittleren Fehler, und der Anwendung der obigen Formeln, die nur für kleine mittlere Fehler der Unbekannten X, Y, Z gelten, müßten Bedenken entgegenstehen, wenn man die Glieder höherer Ordnung bei der Entwicklung der mittlereren Fehler nach einer Reihe vernachlässigt. An sich aber schien es wenig von Belang, die mittleren Fehler der Apex-Koordinaten sicherer zu bestimmen, da ja eine andere Kontrolle von der Airyschen Methode geliefert wird. Immerhin wurden mittlere Fehler von der erhaltenen Größe nicht erwartet. Am sichersten ist noch die jährliche Sonnenbewegung bestimmt.

Vergleicht man die Resultate, die man aus den 91 Bedingungsgleichungen der Form II a — also für die AR-Komponente der EB. — erhält, mit denen, die sich aus den 91 Gleichungen der Form I a — für die Deklinationskomponente — ergeben, so fällt sofort die mangelhafte Übereinstimmung der aus beiden Arten Gleichungen erhaltenen Werte der AR des Apex ins Auge. Die Deklinationskomponente des Apex und die jährliche Sonnenbewegung q werden ja nur einmal bestimmt, können also nicht in dieser Weise kontrolliert werden.

Die AR-Werte des Apex aus beiden Arten Gleichungen waren:

$$A_1 \quad 276^\circ 18' \pm 14^\circ 28'$$
$$D_1 \quad 8^\circ 34' \pm 23^\circ 03'.$$

Von einer gegenseitigen Kontrolle dieser Werte kann bei einer Diskrepanz um mehr als 90° keine Rede mehr sein, und die Resultate scheinen daher wenig vertrauenerweckend. Da diese Ergebnisse mit der schlecht stimmenden Kontrolle wenig befriedigten, wurde eine neue Lösung versucht. Es wurden nunmehr, um ein noch homogeneres oder vielmehr typischeres Material zu bearbeiten, die Sterne mit auffällig großen EB. ausgeschlossen. Es wurde zunächst keine numerische Grenze für den Maximalwert der EB. angesetzt, da dies einer speziellen Lösung vorbehalten bleiben sollte. Hier kam es nur darauf an zu sehen, ob große EB. die Resultate stark beeinflußten. Es sind 90 Sterne in 76 Bedingungsgleichungen für die AR-Komponente und 93 Sterne in 80 Gleichungen für die Deklinationskomponente der EB. bearbeitet worden. Die Behandlung der beiden Arten Airyscher Gleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate lieferte folgende Normalgleichungen.

Für die Form II a:

$$\begin{aligned} 47{,}696\,X - 2{,}734\,Y - 3{,}641\,\Delta &= 5{,}568 \\ -2{,}734\,X + 42{,}301\,Y - 9{,}770\,\Delta &= -39{,}952 \\ -3{,}641\,X - 9{,}770\,Y + 68{,}400\,\Delta &= -8{,}737 \end{aligned}$$

Hieraus ergaben sich auf dem oben angegebenen Wege folgende Werte der Unbekannten und ihrer mittleren Fehler:

$$\begin{aligned} X &= +0{,}0386 \pm 0{,}2516 \\ Y &= -1{,}0042 \pm 0{,}2711 \\ \Delta &= -0{,}2691 \pm 0{,}2131 \end{aligned} \qquad A_2.$$

Dem entspricht eine AR des Apex zu:

$$272^\circ 12' \pm 14^\circ 20',8.$$

Der Form Ia entsprechen folgende Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} +11{,}231\,X + 0{,}455\,Y - 6{,}403\,Z + 9{,}754\,\Gamma &= +2{,}102 \\ +0{,}455\,X + 10{,}449\,Y + 0{,}147\,Z - 0{,}566\,\Gamma &= +5{,}701 \\ -6{,}403\,X + 0{,}147\,Y + 71{,}296\,Z - 80{,}190\,\Gamma &= +100{,}067 \\ +9{,}754\,X - 0{,}566\,Y - 80{,}190\,Z + 93{,}000\,\Gamma &= +112{,}395 \end{aligned}$$

Aus diesen Normalgleichungen ergeben sich dann folgende Werte der Unbekannten:

$$\begin{aligned} X &= +1{,}2590 \pm 0{,}8910 \\ Y &= +0{,}4299 \pm 0{,}4713 \\ Z &= +0{,}3669 \pm 1{,}1479 \\ \Gamma &= -1{,}022 \pm 1{,}0273 \end{aligned} \qquad D_2.$$

Dem entsprechen folgende Koordinaten des Apex:

$$\begin{aligned} AR &= 18^\circ 51' \pm 22^\circ 51',8 \\ \delta &= +15^\circ 25' \pm 46^\circ 54',4 \\ q &= 1'',380 \pm 0'',8806 \end{aligned}$$

Was auch hier besonders in die Augen fällt, ist die Größe der mittleren Fehler, die, trotzdem doch fast alle Extremwerte der Beobachtungsdaten unterdrückt wurden, nicht an Größe verloren haben. Es können also die großen mittleren Fehler der ersten allgemeinen Auswertung nicht als Folgen der mitgenommenen Extremwerte der EB. angesehen werden. Von einer Übereinstimmung der Apex-AR ist wiederum keine Rede. An Rechenfehlern kann dies nicht liegen, denn wiederholte Durchrechnung und eine Umrechnung der Bedingungsgleichungen in Dekl. nach dem Besselschen Schema für die Bildung der Normalgleichungen zeigte dieselben Ergebnisse. Zieht man hieraus nun weitergehende Folgerungen, so muß man sagen: die denkkar vorsichtig aus dem breiten Comstockschen Material ausgewählten 107 Sterne liefern aus ihren EB. nach den Airyschen Gleichungen Apexkoordinaten, deren numerische Werte sich durch auffallend große mittlere Fehler auszeichnen. Dem läuft parallel, daß die Σ der Fehlerquadrate beidemal nur wenig verringert werden.

Beides sind Zeichen für die Unsicherheit der erhaltenen Werte. Die Werte der Apex-*AR*, die sich kontrollieren sollten, nämlich die den aus den zwei Arten Bedingungsgleichungen gefundenen Werten der unbekannten *X* und *Y* entsprechenden *AR*-Werte, weichen um mehr als 90° voneinander ab, können also unmöglich zu einem Mittelwert vereint werden. Es ist sonach auch zwecklos, die Werte der Unbekannten *X* und *Y*, die man aus den zwei Arten Gleichungen erhält, entsprechend zusammenzunehmen und daraus eine *AR* des Apex zu bilden.

Man kann die Airyschen Gleichungen für die Deklinationskomponente der EB. mit einem absoluten Glied, hier mit Γ bezeichnet, ansetzen, das die Bedeutung einer eventuell nötigen Korrektion systematischer Beobachtungsfehler hat. Dies Verfahren gibt beidemal einen reell scheinenden Wert. Man muß also die Existenz solcher systematischer Beobachtungsfehler für höchst wahrscheinlich halten und könnte damit auch das Vorherrschen der negativen Beobachtungswerte in den Deklinationskomponenten der Comstockschen EB., die von Comstock „Drift" bezeichnete Erscheinung, erklären.

4. Spezielle Auswertung.

Da die Ergebnisse der allgemeinen Ausrechnung, die im vorhergehenden Abschnitt behandelt werden, wo für jede individuelle Position nach Möglichkeit je eine Bedingungsgleichung für jede Art Airyscher Gleichungen aufgestellt wurde, wenig befriedigten, wie die Schlußfolgerungen unter Darlegung der Gründe für den Mangel an Übereinstimmung zeigten, wurden noch zwei neue Wege versucht. Das eine Mal wurden sämtliche Sterne, mit Ausnahme der, deren EB. $> 5''{,}0$ ist — es wurde leider erst später entdeckt, daß versehentlich ein Stern mit einer EB., die diese Grenze überschreitet, Nr. 204 des Comstockschen Verzeichnisses, mitgenommen wurde —, insgesamt 92 Sterne, in 12 Positionen geordnet. Und zwar wurden von 2 zu 2 *AR*-Stunden die Sterne derart zusammengenommen, daß man sowohl für *AR* als auch für Dekl. die arithmetischen Mittel der zusammengenommenen Positionswerte bildete und diesen Positionsmittelwerten das arithmetische Mittel der Komponenten der beobachteten EB. in *AR* und Dekl. als EB. zuordnete. Gegen dies Verfahren ist wohl im allgemeinen nichts einzuwenden, wenn in den Deklinationswerten keine zu große Streuung vorhanden ist. Dies ist ja auch, wie schon früher erwähnt wurde, nur ausnahmsweise der Fall. Bildet man in dieser Weise die Mittelwerte der EB. für die 12 Positionen, so werden doch dadurch sicherlich allzu große Individualitäten, die sonst bei der Ausgleichung der Einzelwerte als solche besonders mit-

gesprochen haben, schon beseitigt, und man erhält, wenn man so sagen darf, eine geebnete Basis an Auswertungsmaterial.

Auch hier wieder empfahl es sich, in den Bedingungsgleichungen die Korrektionsglieder mit anzusetzen. Im übrigen gestaltete sich die Form der Bedingungsgleichungen genau wie früher nach I a und II a.

Für die EB.-Komponente in AR ergaben sich folgende Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} +49{,}012\,X - 2{,}329\,Y - 4{,}239\,\Delta &= +4{,}524 \\ -2{,}329\,X + 44{,}449\,Y - 8{,}847\,\Delta &= -40{,}953 \\ -4{,}239\,X - 8{,}847\,Y + 74{,}264\,\Delta &= -6{,}192 \end{aligned}$$

Hieraus ergeben sich dann nachstehende Werte der Unbekannten:

$$\begin{aligned} X &= +0{,}0298 \pm 0{,}2788 \\ Y &= -0{,}9588 \mp 0{,}2966 \qquad A_3. \\ \Delta &= -0{,}1959 \mp 0{,}2294 \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Unbekannten X und Y erhält man dann eine AR des Apex zu:

$$271^\circ 47' \pm 16^\circ 36',7\,.$$

Auffällig ist wiederum der immerhin sehr große mittlere Fehler. Der Korrektion Δ kommt kaum reelle Bedeutung zu. Die Kennziffer A_3 dient demselben Zweck wie die entsprechende früher.

Die Bedingungsgleichungen für die EB.-Komponente in Deklination liefern folgende Normalgleichungen:

$$\begin{aligned} +9{,}714\,X + 0{,}596\,Y - 7{,}160\,Z + 8{,}924\,\Gamma &= +1{,}091 \\ +0{,}596\,X + 8{,}024\,Y - 0{,}937\,Z - 0{,}805\,\Gamma &= +4{,}631 \\ -7{,}160\,X + 0{,}937\,Y + 74{,}263\,Z - 82{,}572\,\Gamma &= +97{,}494 \\ +8{,}924\,X - 0{,}805\,Y - 82{,}572\,Z + 92{,}000\,\Gamma &= +107{,}402 \end{aligned}$$

Hieraus erhält man dann nachstehendes System von Unbekannten:

$$\begin{aligned} X &= +1{,}3525 \pm 0{,}5316 \\ Y &= +0{,}3691 \pm 0{,}3898 \\ Z &= -0{,}8380 \pm 4{,}1028 \qquad D_3. \\ \Gamma &= -2{,}0476 \pm 3'',7212 \end{aligned}$$

Diesen Werten für die rechtwinkligen Koordinaten des Apex entsprechen folgende für die sphärischen:

$$\begin{aligned} AR &= +15^\circ 15' \pm 16^\circ 23',3 \\ \delta &= -30^\circ 52' \mp 123^\circ 51',8 \\ q &= \quad 1'',634 \pm 2'',152 \end{aligned}$$

Hier sind die mittleren Fehler ganz auffallend groß. Auch erwecken die Resultate ohne dies schon wenig Vertrauen. Besonders

begründet ist dies noch, wenn man sich die Eliminationsgleichungen ansieht. Die letzte Eliminationsgleichung, die die Korrektion Γ bestimmt, hat numerische Koeffizienten, die genau ebenso, wie sie klein werden, ebensogut ganz verschwinden können oder auch von derselben Größenordnung bleiben können, nur mit geänderten Vorzeichen. Diese Koeffizienten haben demnach nur rein formalen Wert. Sie sind um zwei Ordnungen — wenn jede Dezimale gleich einer Ordnung angenommen wird — kleiner als die Koeffizienten der übrigen Eliminationsgleichungen. Da nun aber Γ die Dekl. δ stark beeinflußt, so schien es rätlich, noch einmal eine verbesserte, d. h. strengere Ausgleichung durchzuführen, derart, daß die X, Y, Z als Funktionen von Γ angesetzt werden. Dies geschah in der folgenden Form:

$$X = a + b\ \Gamma$$
$$Y = a' + b'\ \Gamma$$
$$Z = a'' + b''\ \Gamma$$

Es ergab sich so $\Gamma = -1{,}67$.

Dieser Wert ist fast beinahe gleich dem Durchschnittswert der $\Delta\delta$-Komponente der EB. = der Größe der Drift. Mit diesem Wert für Γ erhielt man die übrigen Unbekannten zu:

$$Z = -0{,}4176 \pm 4{,}1175$$
$$Y = +0{,}3612 \pm 0{,}3911$$
$$X = +1{,}3128 \pm 0{,}5335$$
$$\Gamma = -1{,}666 \pm 3{,}7345.$$

In sphärischen Koordinaten liefern diese einen Apex zu:

$$AR = +15^\circ 23' \pm 16^\circ 57'$$
$$\delta = -17^\circ 03' \pm 158^\circ 29' \qquad D^{x}_{3a}.$$
$$q = 1'',424 \pm 1{,}307$$
$$\pi = 0'',0034$$

Der Wert π = mittlere jährliche Parallaxe der betrachteten Sterne in ihrer Gesamtheit und wird auf folgende Weise gefunden: Es ist q = mittlere lineare Sonnenbewegung gegenüber dem System der betrachteten Sterne. Nimmt man nun an, daß die Sonne nach Camphell eine mittlere Geschwindigkeit von 20 km/sec hat, so ist das in Einheiten der mittleren Sonnenbewegung: 4,222 = h. Und es ist π = mittlere Parallaxe:

$$\pi = \frac{q}{h}$$

pro Jahr oder Jahrhundert, je nach der Bedeutung von q.

Doch zur Kritik der eben erhaltenen Resultate: Auch mit dieser verbesserten Ausgleichung ist praktisch nichts gewonnen. Denn

mittlere Fehler von der angegebenen Größe bedeuten, daß aus dem vorliegenden Material mit den angewandten Methoden einfach keine plausibelen Werte zu bestimmen sind. Auch die *AR*-Werte, die sich kontrollieren sollten, diskrepieren wiederum über 90°. An sich sollte es scheinen, als wäre es völlig zwecklos, sich weiter mit diesem bisher so undankbaren Material zu beschäftigen. Aber zu einer erschöpfenden Kritik genügen die bisherigen Rechnungen noch nicht.

In nachstehender Tafel sind die Resultate der Teile I 3 und I 4 tabuliert.

Nr.	X	Y	Z	Δ	Γ	AR	Dekl.	ϱ	π'' jährl.
l_1	+ 0,1334	− 1,2076		− 0″,0598		276° 18′			
l_2	+ 0,0386	− 1,0042		− 0″,2691		272° 12′			
l_3	+ 0,0298	− 0,9588		− 0″,1959		271° 47′			
γ_1	+ 1,8430	+ 0,2778	+ 0,4611		− 1″,328	8° 34′	+ 13° 54′	1″,920	0″,0045
γ_2	+ 1,2590	+ 0,4299	+ 0,3669		− 1″,022	18° 51′	+ 15° 25′	1″,380	0″,0032
γ_3	+ 1,3525	+ 0,3691	− 0,8380		− 2″,0476	15° 15′	− 30° 52′	1″,634	0″,0038
$\gamma^{\times}_{3\alpha}$	+ 1,3128	+ 0,3612	− 0,4176		− 1″,66	15° 23′	− 17° 03′	1″,424	0″,0034

5. Apexbestimmung gegen ein Inertialsystem nach den v. Seeligerschen Fundamentalformeln.

Als letzter Versuch, diese Fehlresultate zu erklären oder auch zu beseitigen, wurde eine Apexbestimmung nach den von Herrn Geh. Rat v. Seeliger in seiner Arbeit: „Über die sogenannte absolute Bewegung“ [1]) gegebenen Formeln I gerechnet.

Soweit sie hier in Betracht kommen, lauten die Formeln:

$$\varrho \cos\delta\, d\alpha = X_0 \sin\alpha - Y_0 \cos\alpha - A\varrho \sin\delta \cos\alpha - B\varrho \sin\delta \sin\alpha + C\varrho \cos\delta$$

$$\varrho\, d\delta = X_0 \sin\delta \cos\alpha + Y_0 \sin\delta \sin\alpha - Z_0 \cos\delta + A\varrho \sin\alpha + B\varrho \cos\alpha + \mu\varrho.$$

Diese Formeln enthalten als Spezialfälle die Airyschen Gleichungen, wenn nämlich die Koeffizienten: $A, B, C = 0$ werden. Die Glieder mit diesen Koeffizienten vermitteln den exakten Übergang von dem empirischen Koordinatensystem der Rechnung, das nach dem Äquator orientiert ist, zu einem Inertialsystem (IS.) mit demselben Koordinatenanfang. Die Koeffizienten A, B, C setzen sich in der folgenden Weise zusammen:

$$A = dp + w_1$$
$$B = dq + w_2$$
$$C = dr + w_3.$$

Hierin bedeuten die dp, dq, dr sowohl wie die w_i Rotationen um die Inertialachsen.

[1]) Münchener Sitzungsberichte 1906 S. 130.

Die w_i sind Funktionen von a, δ und q.

Es lassen sich jedoch Funktionen für die w_i nicht näher angeben; jedenfalls enthalten sie die individuellen Eigenschaften des betreffenden Sternes der Gleichung, soweit diese das Abweichen von einer allgemeinen Basis darstellen. Gleicht man nun ein System solcher Gleichungen aus, so bekommt man Mittelwerte dieser A, B, C, und zwar wird jeder Stern dazu etwas beitragen, je mehr er von der allgemeinen Voraussetzung: Regellosigkeit der Verteilung der Geschwindigkeiten und Richtungen der EB. abweicht. In diesem Sinne bedeuten diese Größen schließlich weiter nichts als Korrektionen. Sie anders zu interpretieren in ihrem funktionellen Zusammenhang ist unmöglich, da auch noch die Unbestimmtheit jedes einzelnen ϱ als auch die des Mittelwertes von ϱ nach der Ausgleichung eingeht. Es wurde also hier untersucht, ob es möglich wäre, wenn man an das Material im Mittel noch einige Korrektionen anbrächte, eine bessere Darstellung der Verhältnisse, vor allem kleinere mittlere Fehler zu bekommen, und ob sich die zwei Werte für die AR des Apex besser kontrollierten. Um bei 6 bezw. 5 Unbekannten eine größere Überbestimmung zu haben, wurden diesmal die einzelnen Sterne — insgesamt wieder 92 — stundenweise in Positionen zusammengenommen. Die den einzelnen Positionen zukommende EB. wurde in der früher schon erläuterten Weise gebildet. Man erhielt nur 22 Positionen, da in 2 AR-Stunden keine Sterne vorhanden waren, und demgemäß je 22 Bedingungsgleichungen für jede Gleichungsform. Diese Bedingungsgleichungen wurden wiederum nach der Methode der kl. Quadrate behandelt und lieferten folgende Normalgleichungen zunächst für die $\Delta a \cos \delta$:

$$
\begin{aligned}
+\,48{,}702\,X - \;2{,}714\,Y - \;0{,}553\,A\varrho \\
- 19{,}412\,B\varrho - \;4{,}270\,C\varrho = +\;5{,}633 \\
-\;2{,}714\,X + 43{,}297\,Y + 19{,}882\,A\varrho \\
+\;0{,}553\,B\varrho - \;9{,}425\,C\varrho = -\,39{,}119 \\
-\;0{,}553\,X + 19{,}882\,Y + \;9{,}874\,A\varrho \\
+\;0{,}102\,B\varrho - \;7{,}311\,C\varrho = -\,19{,}101 \\
-\,19{,}412\,X + \;0{,}553\,Y + \;0{,}102\,A\varrho \\
+\;9{,}182\,B\varrho + \;0{,}833\,C\varrho = +\;0{,}400 \\
-\;4{,}270\,X - \;9{,}425\,Y - \;7{,}311\,A\varrho \\
+\;0{,}833\,B\varrho + 72{,}942\,C\varrho = -\;6{,}704
\end{aligned}
$$

Die Unbekannten, die diesen Gleichungen entsprechen, sind:

$$
\begin{aligned}
X_0 &= +\,0{,}7015 \pm 0{,}7313 \\
Y_0 &= +\,0{,}4945 \pm 1{,}1910 \\
A\varrho &= -\,3{,}1437 \pm 2{,}5465 \\
B\varrho &= +\,1{,}5603 \pm 1{,}6719 \\
C\varrho &= -\,0{,}3198 \pm 0{,}2595\,.
\end{aligned}
$$

Den Werten von X_0 und Y_0 entspricht eine AR des Apex zu:

$$AR = 35^\circ 11' \pm 70^\circ 45'.$$

Wieder tritt auch hier das bisher allen Resultaten gemeinsame Kennzeichen: Die mittleren Fehler sind groß, besonders hervor.

Weil in den Eliminationsgleichungen die quadratischen Koeffizienten zum Teil der Größenordnung nach auffallend klein waren, wurde untersucht, ob diese Erscheinung sich durch Umordnung der Unbekannten beseitigen ließ. Die Unbekannten wurden in der Reihenfolge, die den mittleren Fehlern entspricht, angeordnet derart, daß die mit dem größten mittleren Fehler als letzte angesetzt wurde. Dieses Verfahren hatte aber keinen Erfolg. Die Änderungen, die die Unbekannten erfahren, sind so geringfügig, es handelt sich nur um wenige Einheiten der letzten Stelle, daß von einer Wiedergabe dieser Werte hier abgesehen werden konnte.

Das Rechenresultat zeigt, daß trotz einer Ausgleichung, die es zum Äußersten treibt im Hinzufügen von Korrektionsgliedern, die die allzu starken Eigentümlichkeiten einzelner Sterne aufnehmen sollen, die mittleren Fehler bedenklich groß werden. Die Realität der Korrektionsglieder wird durch die Größe ihrer mittleren Fehler direkt in Zweifel gestellt. Um zu sehen, wie die einzelnen Korrektionsglieder das Apexresultat beeinflussen, wurden sie der Reihe nach $= 0$ gesetzt. Zuerst die zuletzt bestimmte und dann die letzte und vorletzte Unbekannte usw. Die 3. Unbekannte $C\varrho$ ist ihrer Bedeutung nach identisch mit der schon früher mitbestimmten Korrektion Δ, einer Äquinoktiumsverbesserung.

Es zeigt sich folgender Gang in den AR-Werten des Apex:

	AR
Sämtliche Unbekannte ermittelt . . .	$35^\circ 07'$
$A\varrho = 0$	$302^\circ 54'$
$A\varrho = B\varrho = 0$	$272^\circ 41'$

Dieser Gang ist denkbar groß. Am besten zu den früheren Werten paßt der letzte, der zugleich auch eine gute Kontrolle dafür ist, daß die Art der Zusammennahme der Positionen und der Mittelbildung der EB keine bedeutenden Fehler in das Problem hineinbrachte. Jedenfalls muß man aber angesichts eines solchen Ganges der AR des Apex skeptisch werden und an der Realität der Rotationsglieder durchaus zweifeln. Solche Korrektionsglieder dürften doch niemals den Apex so stark beeinflussen. Jedoch ist es unmöglich, hierüber etwas Bestimmtes zu sagen, da analoge Rechnungen, wo derartige Verhältnisse mit Sicherheit nachgewiesen sind, nicht existieren und hier auch die mittleren Fehler zu groß sind. Doch bevor eine

allgemeine Kritik am Platze ist, sollen noch die Ergebnisse der zweiten Art Gleichungen — für $\Delta\delta$ — angeführt werden.

Die Methode der kleinsten Quadrate liefert folgende Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}
&+ 9{,}874\,X_0 + 0{,}102\,Y_0 - 7{,}311\,Z_0 + 0{,}553\,A\varrho \\
&\qquad - 19{,}882\,B\varrho + 9{,}192\,\mu\varrho = + 2{,}790 \\
&+ 0{,}102\,X_0 + 9{,}182\,Y_0 + 0{,}833\,Z_0 + 19{,}412\,A\varrho \\
&\qquad - 0{,}553\,B\varrho - 0{,}631\,\mu\varrho = + 3{,}733 \\
&- 7{,}311\,X_0 + 0{,}833\,Y_0 + 72{,}942\,Z_0 + 4{,}270\,A\varrho \\
&\qquad + 9{,}425\,B\varrho - 81{,}704\,\mu\varrho = + 97{,}070 \\
&+ 0{,}553\,X_0 + 19{,}412\,Y_0 + 4{,}270\,Z_0 + 48{,}702\,A\varrho \\
&\qquad - 2{,}714\,B\varrho - 4{,}010\,\mu\varrho = + 11{,}876 \\
&- 19{,}882\,X_0 - 0{,}553\,Y_0 + 9{,}425\,Z_0 - 2{,}714\,A\varrho \\
&\qquad + 43{,}297\,B\varrho - 12{,}652\,\mu\varrho = - 10{,}445 \\
&+ 9{,}192\,X_0 - 0{,}631\,Y_0 - 81{,}704\,Z_0 - 4{,}010\,A\varrho \\
&\qquad - 12{,}652\,B\varrho + 92{,}000\,\mu\varrho = - 108{,}350
\end{aligned}$$

Daraus eliminiert man nachstehende Werte der Unbekannten:

$$\begin{aligned}
X_0 &= + 3{,}9067 \pm 2{,}1143 \\
Y_0 &= + 0{,}1699 \pm 1{,}3760 \\
Z_0 &= - 1{,}7197 \pm 3{,}0312 \\
A\varrho &= + 0{,}1004 \pm 0{,}6018 \\
B\varrho &= + 1{,}0763 \pm 0{,}9797 \\
\mu\varrho &= - 2{,}9417 \pm 2{,}7238
\end{aligned}$$

Dem entsprechen dann folgende Apexkoordinaten:

$$\begin{aligned}
AR &= \quad 2^\circ\,19' \\
\delta &= - 23^\circ\,44'
\end{aligned}$$

Auch hier wurde eine Verbesserung durch Umordnung der Unbekannten versucht und deshalb von der Bestimmung mittlerer Fehler für die Apexkoordinaten abgesehen. Es wurden $A\varrho$ und $B\varrho$ als letzte Unbekannte angesetzt; $\mu\varrho$ als vierte, so daß man, wenn man $A\varrho = B\varrho = 0$ setzte, die Gleichungen erhielt, nach deren Form schon die allgemeine Ausrechnung unternommen wurde. Auch hier änderten sich die Unbekannten nur unwesentlich, aber trotzdem sollen die Normalgleichungen angeführt werden, und zwar um folgenden Versuch besser übersehen zu können. Die Lösungen der Normalgleichungen sollen wie folgt bezeichnet werden: Lösung D_τ^x berücksichtigt alle

Unbekannte, also wie früher, nur nach Umordnung der Unbekannten. Lösung D_2^x entspricht $B\varrho = 0$. Lösung D_3^x $B\varrho = A\varrho = 0$. Dann wurde noch die Korrektion $\mu\varrho$ variiert in Lösungen D_4^x und D_5^x.

Die erste Normalgleichung lautet:

$$+ 9{,}874\,X + 0{,}102\,Y - 7{,}311\,Z + 9{,}192\,\mu\varrho + 0{,}553\,A\varrho - 19{,}882\,B\varrho = + 2{,}790.$$

Die übrigen Normalgleichungen lassen sich in der neuen Reihenfolge feicht aus den oben angeführten ableiten. Es ergaben sich dann folgende Lösungen:

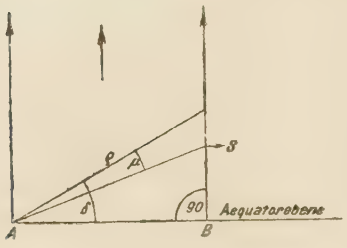
	D_1^x	D_2^x	D_3^x	D_4^x	D_5^x
$B\varrho$	+ 1,0765				
$A\varrho$	+ 0,1004	+ 0,0076			
$\mu\varrho$	− 2,9363	− 2,9473	− 2,9473	− 2,0000	− 1,0000
Z	− 1,7126	− 1,8059	− 1,8056	− 0,7545	+ 0,3550
Y	+ 0,1695	+ 0,3332	+ 0,3491	+ 0,3199	+ 0,2892
X	+ 3,9084	+ 1,6853	+ 1,6856	+ 1,5824	+ 1,2365
AR	2° 29′	11° 11′	11° 42′	11° 26′	13° 10′
Dekl.	− 23° 40′	− 46° 26′	− 46° 22′	− 25° 03′	+ 15° 58′
ϱ''	4″, 271	2″, 492	2″, 495	1″, 810	1″, 319
$\pi''_{\text{Jahrhundert}}$	1″, 01	0″, 59	0″, 59	0″, 43	0″, 30

Auch hier macht sich überall wieder ein starker Gang bemerkbar. Zu beachten ist besonders, in welchem Maße die Dekl. des Apex von der gewählten Korrektion abhängt. Diese Korrektion war deshalb angesetzt worden, weil vermutet wurde, das Überwiegen der negativen Werte der von Comstock beobachteten EB in Dekl. könne durch einen systematischen Beobachtungsfehler entstanden sein. Diese Vermutung wurde vor allem durch eine Konstatierung solcher Fehler von Lau [1]) gestützt.

Wie die obige tabellarische Übersicht zeigt, wurden auch mit dieser verbesserten Ausgleichung, verglichen mit den früheren Resultaten, keine besseren Ergebnisse erzielt. Um die Darstellung möglicherweise befriedigender zu gestalten, wurde noch eine neue Ausgleichung versucht, die auf eine etwa vorhandene Strömung der Sterne: „Drift", um den üblichen Ausdruck zu gebrauchen, Rücksicht nehmen sollte. Diese Drift soll sich hauptsächlich, wenigstens da, wo sie eben vermutet wurde, in Dekl. zeigen, und nicht nur das, sondern auch wirklich vorhanden sein. Da diese Strömung vertikal zum

[1]) Astr. Nachr. Bd. 185 Nr. 4430.

Äquator gerichtet ist, erhält man nach folgender Figur in einer Ebene senkrecht zum Äquator die Beziehung:



Setzt man

$$\mu = \Gamma$$

$-\mu =$ Dekl.-Komponente der EB,

dann ist

$$d\delta = \frac{\Gamma \cos \delta}{\varrho}$$

oder

$$\varrho\, d\delta = \Gamma \cos \delta.$$

In der Figur liegt AB in der Äquatorebene, und S ist der Sternort. Die Pfeilrichtung gibt die Richtung der Drift an.

In den Bedingungsgleichungen hat man dem einfach dadurch Rechenschaft zu tragen, daß man an Stelle des absoluten Gliedes = Korrektionsglied ein solches mit dem cos δ der Position multipliziert ansetzt.

Läßt man die Normalgleichung in ihrer letzten Anordnung bestehen, so wird jetzt der Koeffizient des Strömungsgliedes = dem des Z-gliedes, nur mit entgegengesetzten Zeichen.

Sämtliche Normalgleichungen mit dieser formal unwesentlichen Änderung zu wiederholen, erübrigt sich. Es soll nur die erste angeführt werden; diese lautet:

$$+9{,}874\,X + 0{,}102\,Y - 7{,}311\,Z + 7{,}311\,\Gamma + 0{,}553\,A\varrho - 19{,}882\,B\varrho = +2{,}790$$

usw.

Dem entsprechen dann als Unbekannte folgende Werte:

$$\begin{aligned} X &= +3{,}5970 \pm 2{,}1668 \\ Y &= +0{,}1364 \pm 1{,}4342 \\ Z &= +1{,}5459 \pm 0{,}2207 \\ \Gamma &= \quad 0{,}00 \\ A\varrho &= +0{,}0733 \pm 0{,}6229 \\ B\varrho &= +1{,}0805 \pm 1{,}0147 \end{aligned}$$

Als Apexkoordinaten folgen daraus:

$$\begin{aligned} AR &= \quad 2^\circ\,10' \pm 22^\circ\,41',5 \\ \delta &= +23^\circ\,15' \pm 12^\circ\,50 \\ q &= \quad 3'',918 \pm 1'',992 \\ \pi''_{\text{Jahr}} &= \quad 0'',0093 \end{aligned}$$

Es ist sehr bemerkenswert, daß dadurch, daß Γ wegfällt, zugleich die Möglichkeit verloren geht, die Comstocksche sogen. Drift — das Überwiegen negativer $\Delta\delta$ — durch eine wirkliche Strömung zu erklären.

Da schon in den früheren Ausgleichungen den Rotationsgliedern $A\varrho$ und $B\varrho$ keine reelle Bedeutung beigelegt wurde, wurden sie auch hier nacheinander vernachlässigt, um ihren Einfluß auf die Gestaltung der Resultate konstatieren zu können. Es ist einmal die als letzte Unbekannte angesetzte Größe $B\varrho$, das andere Mal sind beide $A\varrho$ und $B\varrho$ unterdrückt worden. Danach ergaben sich folgende Werte:

	$B\varrho$	$A\varrho$	Z	Y	X	AR	δ	q	π
$\gamma_2^{1,1'}$	+ 1,0805	+ 0,0733	+ 1,5450	+ 0,1363	+ 3,5972	2° 10	+ 23° 14	3″,918	0″,0093
$\gamma_2^{1,1'}$		− 0,0198	+ 1,4654	+ 0,3002	+ 1,3687	12° 22′	+ 46° 17′	2″,028	0″,0048
$\gamma_3^{1,1'}$			+ 1,4646	+ 0,2585	+ 1,3643	10° 44′	+ 46° 31′	2″,018	0″,0048

Hier zeigt sich ein besonders in den δ-Werten ausgeprägter Gang, der sich auch sehr gut in den q-Werten wiederspiegelt. Die Werte von $A\varrho$ sind wenig vertrauenerweckend. Dies wird auch noch durch die Größe ihrer mittleren Fehler, die sämtlich nicht angeführt sind, gerechtfertigt. Wie schon oben ausgesprochen, bewahrheitet sich die Vermutung, daß eine wirkliche Drift vorhanden ist, nicht, denn die Strömungsgröße Γ ergibt sich aus der Rechnung zu $= 0$.

Um aber schließlich einen Apexwert zu erhalten, der einem wissenschaftlichen Vergleich mit dem von Comstock (Astr. Journ. Nr. 665) gefundenen Wert standhielt, wurden die Normalgleichungen der Ausgleichungen A_3 und $D_3^{\times}$ kombiniert. Das hat zu bedeuten: Es wird ein System von Werten der Unbekannten gesucht, das der Minimumsbedingung:

$$(\Delta\alpha\cos\delta)^2 + \Delta\delta^2 = \Delta s^2 = \text{Min.}$$

genügt.

Dem entspricht eine Addition der beiden Arten von Normalgleichungen, und man erhält dann unter bloßer Berücksichtigung der 2 Korrektionsglieder Normalgleichungen vom Typus:

$$([aa] + [a'a'])X + ([ab] + [a'b'])Y + [ac]Z + [ad]\Gamma + [a'e']\Delta = ([an] + [a'n']).$$

Hierbei sind die ungestrichenen Zahlenkoeffizienten den Gleichungen für die Deklinationskomponente der EB., die gestrichenen den Gleichungen für die AR-Komponente der EB. zu entnehmen. In numerischen Werten lautet die erste Normalgleichung:

$$58{,}576\,X - 2{,}612\,Y - 7{,}311\,Z - 4{,}270\,\Delta + 9{,}192\,\Gamma = + 8{,}423,$$

die übrigen anzuführen, wurde nicht für nötig gehalten, da sie sich aus den gegebenen Normalgleichungen für die Rechnungen A_3 und D_3^x leicht bilden lassen.

Die Werte der Unbekannten, die sich daraus ergeben, sind weiter unten unter C_1 tabelliert. Es wurde dann noch Γ variiert, und zwar wurden negative Werte gewählt, da eine positive Korrektion bei einem Überwiegen negativer $\Delta\delta$-Werte unwahrscheinlich erscheint.

Unter $C_2 - C_4$ sieht man die Resultate bei Variation von Γ. Der Wert $\Gamma = -1{,}6$ für C_4 entspricht ungefähr dem Durchschnitt der $\Delta\delta$.

Die Werte für C_1 mit den mittleren Fehlern sind:

$X = +0{,}2574 \pm 0{,}3985$
$Y = -0{,}7178 \mp 0{,}4158$
$Z = +2{,}1749 \pm 4{,}9243$
$\Gamma = +0{,}7231 \pm 4{,}3917$
$\Delta = -0{,}1696 \pm 0{,}3519$

Dem entsprachen sphärisch:

AR $289°\,44' \pm 30°\,04'$
δ $+70°\,41' \pm 41°\,39'$
q $2'',3047 \pm 4{,}649$
π $0'',0054$.

	Γ	Δ	Z	Y	X	AR	δ	q	π
C_1	+0,7231	−0,1696	+2,1748	−0,7178	+0,2574	289° 44′	+70° 41′	2″,3046	0″,0054
C_2	0,0	−0,1682	+1,3660	−0,7127	+0,2702	290° 46′	+60° 50′	1″,564	0″,0037
C_3	−0,800	−0,1666	+0,4713	−0,7072	+0,2845	291° 55′	+31° 44′	0″,8961	0″,0021
C_4	−1,600	−0,1651	−0,4051	−0,7018	+0,2941	292° 44′	−28° 02′	0″,8620	0″,0020

Auch hier sind die Ergebnisse dieselben wie früher: Große mittlere Fehler der rechtwinkligen Apexkoordinaten, große mittlere Fehler der entsprechenden sphärischen Koordinaten. Starke Abhängigkeit der Deklination und der Werte von q und π von der Größe der Korrektion in Deklination. Außerdem ein höchst unwahrscheinlicher Wert dieser Korrektion, nämlich mit positiven Vorzeichen.

6. Allgemeine Zusammenfassung der Ergebnisse der Rechnungen mit ins einzelne gehender Kritik.

Es wäre nun am Platze, in einer allgemeinen Weise die Resultate der Rechnungen einer Kritik zu unterziehen:

Das Material ist, nachdem es in bezug auf Zuverlässigkeit möglichst homogen gemacht worden war und dann außerdem noch auffallend große EB. beseitigt worden waren, verschiedenen Rechnungen unterworfen worden. Als erster Schritt wurde die allgemeine Auswertung unternommen, bei der fast jeder Position je eine Bedingungsgleichung jeder Art entspricht. Die speziellere Auswertung, wo 12 Positionen gebildet und je 12 Bedingungsgleichungen aufgestellt

wurden, entspricht einem zweiten Schritt. Als dritter und letzter Schritt dieser Linie ist die Apexbestimmung gegen ein IS. anzusehen. Allen Resultaten, die sich hierbei ergaben, ist das Auftreten großer mittlerer Fehler gemeinsam. Besonders gilt dies für die Gleichungen für die $\Delta\delta$-Komponente der EB. Dies mag zum Teil daran liegen, daß in dieser Art Gleichungen der Airyschen Methode Schwächen anhaften. Schließt man von der Größe der mittleren Fehler auf die Sicherheit der Ergebnisse, so sind die Deklinationswerte des Apex nicht zu garantieren. Dies muß besonders betont werden, denn nach so zahlreichen Ausgleichungen haben sich so viele Werte der Dekl. des Apex ergeben, und ihre Streuung ist so groß, daß man darüber, daß ein Wert als sicherster anzusehen wäre, nichts aussagen kann. Im Gegenteil, nicht einmal aus den vielen Dekl.-Werten einen Mittelwert zu bilden, ist erlaubt, abgesehen davon, daß die Anordnung der Rechnungen eine verschiedene ist, deshalb weil die Unsicherheit der Einzelwerte, wie die erschreckende Größe der mittleren Fehler zeigt, unkontrollierbar ist. Dies wird auch nicht im geringsten dadurch beeinträchtigt, daß Herr Comstock einen Wert der Dekl. des Apex, der mit dem Resultat der vorliegenden Rechnung kaum in Einklang zu bringen ist, erhält. Es ist der Comstocksche Wert eben auch nur ein Wert wie jeder, der sich hier im Laufe der Rechnungen ergeben hat. — Sehr schlecht stimmen auch die getrennt berechneten Rektaszensionen des Apex überein. Und zwar ist das auch eine Erscheinung, die durch alle Rechnungen durchgeht. Von einer gegenseitigen Kontrolle der AR-Werte kann wohl bei einer durchgängigen Diskrepanz um 90° nicht mehr die Rede sein. Die Werte für die AR des Apex, die sich aus den Gleichungen für $\Delta\alpha\cos\delta$ ergeben, stimmen an sich gut mit dem jetzt am meisten zitierten Kapteynschen Apex zu 270° überein.

Es muß aber beachtet werden, daß diese Übereinstimmung kein unbedingtes Kriterium dafür ist, daß der hier erhaltene Apexwert in AR für die betrachtete Sternklasse der richtige ist. Ein solches Kriterium wäre es, wenn man aussagen könnte, daß das Verhalten der schwächeren Sterne, insbesondere der hier betrachteten und der der helleren, insbesondere der, die den Kapteynschen Rechnungen zugrunde liegen, in stellarastronomischer Beziehung sich nach denselben Gesetzen regelt. Hierüber etwas auszusagen, ist bis jetzt kaum noch versucht worden. Im Gegenteil findet man hin und wieder[1]) Andeutungen, die auf entgegengesetzte Meinungen schließen lassen. So insbesondere die Vermutung, daß es möglich wäre, daß die schwächeren Sterne als Ganzes gegenüber den helleren eine Rotation ausführen. Die beste Kontrolle hierfür, da die entsprechenden hier gefundenen

[1]) vgl. Schönfeld und Stumpe.

Werte infolge großer mittlerer Fehler keine Aussage zulassen, ist ein für ähnliches Material auf unabhängigem Wege erhaltenes Resultat. Als solches ist nun der Apex anzusehen, den Herr Lau [1]) aus EB., die er aus eigenen Beobachtungen der Engelhardt-Bradley-Sterne ableitete, ermittelt hat.

Es ergibt sich da die Position des Apex zu:

$$AR\ 290° \qquad \text{Dekl.} + 44°.$$

Nun haben aber die hier besprochenen Rechnungen gezeigt, daß dieser Wert der Dekl. niemals erreicht wird, sondern daß je nach Anordnung erreicht werden kann, was man wünscht. Daß das Vorherrschen der negativen EB.-Komponenten in Dekl. einem systematischen Beobachtungsfehler zugeschoben werden kann, ist sehr wahrscheinlich, wenn man die Ausführungen des Herrn Lau [2]) im Auge behält. Herr Lau erklärt dort dieselbe Erscheinung an seinen EB. und weißt nach, daß diese von einem systematischen Fehler herrühren muß, da sie von Dekl. und Sterngröße unabhängig ist. In vorliegendem Falle wird man in dieser Annahme noch dadurch bestärkt, daß das Material, nach einer wirklichen Drift hin untersucht, nicht das geringste von einer solchen ergab, und daß das Material gleichgute Werte ergab, wenn man die Strömung als systematischen Fehler ansah und nur eine Korrektion wegen eines solchen ansetzte. Die Werte der jährlichen mittleren Parallaxen, die man erhält, schwanken zwischen 0″,0020 und 0″,0100. Theoretisch sollten sie extrapoliert nach der Kapteynschen Formel für Sterne 10^m4 Größe $\pi_{10,4} = 0''{,}0042$ sein.

Nach den Arbeiten des Herrn Geh. Rates v. Seeliger [3]) sollte die sogen. „normale" Parallaxe, d. h. die mittlere Parallaxe für eine Größenklasse, wenn sie proportional der Wurzel aus der Helligkeit ist, ohne Absorption $\pi_{10,5} = 0''{,}0008$ sein. Jedenfalls hat Herr Lau [4]) auch nachgewiesen, daß sie unter 0″,0030 liegen müssen. Hauptsächlich gruppieren sich die im Laufe der vorliegenden Untersuchungen erhaltenen Werte um den Wert 0″,0050. Sie wären also doppelt so groß als der von Lau angenommene Mittelwert zu 0″,0025 und 5 mal so groß als die entsprechende Seeligersche „Normalparallaxe". Nimmt man als empirischen Normalwert den Lauschen zu 0″,0025 an, so sind bis auf wenige glaubhafte Ausnahmen die hier erhaltenen Werte mit dem angenommenen Normalwert nicht zu vereinen. Sind die gefundenen Werte reell, dann sind sie jedenfalls nicht typisch für

[1]) Astr. Nachr. Bd. 185.
[2]) Astr. Nachr. Bd. 185 S. 221.
[3]) Betrachtungen über die räumliche Verteilung der Fixsterne, Abh. d. Kgl. Bayr. Akademie der Wissenschaften 1909 S. 15 u. 44.
[4]) Astr. Nachr. Nr. 4502 S. 238.

die Sterne 10^m5. Es genügen wenige Sterne in nächster Nähe der Sonne von der scheinbaren Helligkeit 10,5, um eine mittlere Parallaxe für solche Sterne zu 0″,0050 zu erzeugen. Wenn aber solche wenige Sterne so großen Einfluß auf die Größe des Mittelwertes hätten, könnte man nicht mehr von normalen, also typischen Verhältnissen sprechen, sondern hätte es mit Extremfällen zu tun.

Herr Comstock zieht aus seinen Parallaxenwerten, die von dem hier erhaltenen Durchschnittswert von 0″,0050 nur wenig abweichen, den Schluß, daß die mittlere Parallaxe allgemein für Sterne 10^m5 größer ist, als man erwartete, daß also im allgemeinen Sterne 10^m5 näher stehen, als man bisher dachte. Woran dieser Schluß leidet, ist schon nachgewiesen worden, nämlich daß er nicht allgemein gelten kann, was schon die geringe Zahl der EB., die beobachtet wurden, nicht zuläßt. — Wie später ausgeführt werden soll, ist der Comstocksche Schluß nur haltbar, wenn man das Vorhandensein einer Häufigkeitsfunktion der Leuchtkräfte leugnet. Dies scheint bei Herrn Comstock zuzutreffen, denn sonst könnte er zu solchen unverständlichen Schlüssen nicht kommen. Setzt man das Vorhandensein einer solchen Häufigkeitsfunktion voraus, dann ist es leicht möglich, daß man unter den betrachteten Sternen eine Mehrzahl sonnennaher findet. Diese aber als untere Grenze der Leuchtkräftefunktion bedeuten immerhin Extremfälle, besonders wenn sie den Wert der mittleren Parallaxe auf das Doppelte des zu erwartenden Betrages bringen. Dann aber noch von typischem Verhalten der Sterne 10^m5 zu sprechen, ist zum mindesten unverständlich.

Nach allen dem, was das Comstocksche Material nach den erläuterten rechnerischen Prüfungen ergeben hat, darf man wohl mit Berechtigung folgern: Das Comstocksche Material ist nicht geeignet, Auskunft zu geben über das typische Verhalten der Sterne 10^m5, weder im Hinblick auf mittlere Entfernung der Sterne noch auf ihre Bewegung als Ganzes gegenüber der Sonne. Es verdient daher bei weitem nicht das Vertrauen, das man ihm bisher entgegenbrachte. Es läßt bei geeigneter Wahl der Korrektionsglieder — aber so, daß sie die Grenzen der mittleren Fehler nicht überschreiten — der Korrektionsglieder, die die sogen. Drift aufnehmen sollen und die man deshalb in den Bedingungsgleichungen mit ansetzt, beliebig sich widersprechende Apexkoordinaten ermitteln. Es ist daher sinnlos, aus dem Comstockschen Material nach numerischer Auswertung sichere Schlüsse ziehen zu wollen, eine Erfahrung, deren Bestätigung sich außerdem noch im weiteren Verlaufe der vorliegenden Untersuchung zeigen wird.

Anmerkungsweise soll noch folgendes erwähnt werden, ohne daß es mit in die allgemeine Kritik einbezogen werden soll: Es wurde der Versuch gemacht, rein geometrisch die erhaltenen rechtwinkligen

Koordinaten des Apex zu zerlegen. Es wurde angenommen, daß sich dieser Apex zusammensetze aus einer wirklichen Sonnenbewegung (wirklicher Apex) und aus einer Sterndrift. Demgemäß wurde gesetzt:

$$x = x_1 + x_2$$
$$y = y_1 + y_2$$
$$z = z_1 + z_2$$

wo x_1, y_1, z_1 = Koordinaten des wirklichen Apex, und x_2, y_2, z_2 = Koordinaten des Vertex, wenn, wie allgemein üblich, mit Vertex der Zielpunkt der Sterndrift bezeichnet wird. Ob diese Untersuchungsweise berechtigt ist, soll nicht weiter untersucht werden. Wenn etwas erreicht werden soll, muß man einen Apexwert annehmen. Es wurde der Wert von Kapteyn

$$AR \quad 275° \text{ zu rund } 270°$$
$$\delta + 36° \text{ zu rund } + 30°$$

und $q = 1'',26$ entsprechend einer jährlichen Parallaxe von $0'',003$ gewählt.

Die Werte von x_2, y_2, z_2 wurden dann wieder in sphärische Koordinaten umgerechnet und so der Zielpunkt einer wirklichen Drift oder der einer durch das Zusammenwirken großer Individualitäten einzelner Sterne — die Individualitäten gemessen an dem Durchschnitt der hellern Sterne, die den Kapteynschen Apex liefern — zustandegekommenen scheinbaren Drift ermittelt.

Diese Zerlegung wurde angewendet auf das Resultat, das sich nach verbesserter Ausgleichung aus den 92 in 12 Positionen geordneten Sternen ergab.

Nachstehend ist das Ergebnis zu sehen. In der Rubrik 0 ist die Position des im Laufe vorliegender Arbeit ermittelten und hier verwendeten Apex angeführt, in der Rubrik 1 die des Kapteynschen Apex, unter 2 die des Vertex der resultierenden Strömung.

Index	1	0	2
AR	275°	+ 15° 23′	+ 47° 49′
δ	36°	— 17° 03	— 32° 31
q	1″,26	1″,424	2″,161

Der Gang in den Werten von q kann natürlich keinen Sinn haben; ob sonst die angeführten Zahlen irgend reelle Bedeutung haben, darüber fehlen jegliche Anhaltspunkte.

Teil II.

Betrachtungen im Anschluß an Comstocks Arbeit: „Proper motion of telescopic stars“ (Astr. Journ. Nr. 655).

1. Die Folgerungen Comstocks aus seinen nach Betrachtung der Häufigkeiten der Bewegungen erhaltenen Apexresultaten.

Nachdem im Abschnitt I das Comstocksche Material selbst rechnerisch untersucht wurde und auf Grund der Ergebnisse dieser Untersuchungen kritisiert wurde, ist es im Abschnitt II noch nötig, um den Umfang der Kritik vollständiger zu gestalten, auf Untersuchungen einzugehen, die Herr Comstock selbst an dem Material angestellt hat. Er veröffentlicht[1]) eine Arbeit, die sich mit der Untersuchung von EB. schwacher Sterne befaßt. Die EB. schwacher Sterne sind seine im Bd. XII der Publ. of the Washburn Observatory veröffentlichten EB., nur um einige bereichert. In seinen Ausführungen weißt Herr Comstock zunächst darauf hin, daß sowohl seine als auch EB. hellerer Sterne, die Boß abgeleitet hat, eine auffällige südliche Drift zeigen, d. h. in den Beobachtungsresultaten haben die den Stundenkreisen parallel laufenden Komponenten der EB. in überwiegender Zahl negatives Vorzeichen. Herr Comstock führt aus: diese sogen. südliche „Drift“ könne als Folge einer ausgeprägten nördlichen Komponente der Sonnenbewegung angesehen werden. Da nun eine Bestimmung der Sonnenbewegung aus solchen lichtschwachen Sternen unter Berücksichtigung einer Drift noch nicht existiere, macht er sich zur Aufgabe, seine EB. in dieser Hinsicht zu untersuchen. Eine solche Apexbestimmung aber hat für EB. hellerer Sterne schon Schwarzschild[2]) in einheitlicher Weise unternommen. Schwarzschild geht von Häufigkeitsbetrachtungen aus und setzt bei seinen Untersuchungen voraus:

1. daß die Häufigkeit der Bewegungen der Sterne in Richtung der Sonnenbewegung ein Maximum hat,

2. daß die Maxwellsche Verteilung der Geschwindigkeiten sich auf die Sterngeschwindigkeiten übertragen lasse.

---

[1]) Astr. Journ. Nr. 655.

[2]) Über die EB. der Fixsterne, Göttinger Nachr. 1907 u. 1908.

Kombiniert man beide Voraussetzungen, so kann man sie sich anschaulich machen dadurch, daß man sich die Geschwindigkeiten ellipsoidisch angeordnet denkt, d. h. der angenommenen Verteilung der Bewegungen ein Ellipsoid als Häufigkeitsfläche entspricht. Es käme dabei nur ein Rotationsellipsoid in Frage, bei dem die große Axe parallel oder zusammenfallend mit der Richtung der Sonnenbewegung läuft. Die zweite Voraussetzung bedeutet das Übertragen der Gasgesetze auf das Fixsternsystem. Das aber mußte nach seiner Legimität noch untersucht werden. Die Rechtfertigung des Verfahrens durch den Erfolg allein kann nicht genügen, denn auch der Erfolg kann nicht absolut festgestellt werden, sondern bezieht sich auf andere, ebenfalls nicht voraussetzungslose Resultate.

Herr Comstock schließt sich den Schwarzschildschen Betrachtungen insoweit an, als er die Häufigkeiten der Bewegungsrichtungen seiner Sterne untersucht, setzt aber keine Verteilungsfunktion für die Geschwindigkeiten voraus. Ein prinzipieller Unterschied zwischen den Betrachtungen von Schwarzschild und Comstock besteht weiter darin, daß Schwarzschild die Bewegungen an einen Punkt verlegt betrachtet, damit aber die durch die Beobachtung festgelegten Verhältnisse nicht verändert — es ist jederzeit erlaubt, die sphärischen EB. mit sich parallel längs des Visionsradius zu verschieben —, während Herr Comstock, ohne es besonders zu motivieren, seine EB. an verschiedene Punkte der Sphäre überträgt. Inwieweit das zu beanstanden ist, würde aus dem Rahmen der hier gestellten Aufgabe herausfallen und soll einer besonderen Betrachtung vorbehalten bleiben. Jedenfalls aber bedurfte das Comstocksche Verfahren zum mindesten eine Begründung seiner Notwendigkeit oder wenigstens seiner Zweckmäßigkeit.

Herr Comstock wendet nun die Schwarzschildsche Häufigkeitsbetrachtung auf seine Sterne, die er an den 7 Positionen zusammengelegt hat, an und führt dann Apexbestimmungen aus. Er teilt sein Material in 2 Klassen nach Helligkeit ein: a) enthaltend Sterne bis 10^m mit einer mittleren Helligkeit: $8^m 6$; b) enthaltend alle Sterne unter 10^m mit einer mittleren Helligkeit zu $11^m 1$. Zusammen ergeben beide Klassen eine mittlere Helligkeit zu $9^m 7$. Für die Klasse a) erhält er folgenden Apex:

$$AR\ 280° \qquad \delta + 58°$$

für die Klasse b)

$$AR\ 288° \qquad \delta + 71°.$$

An der Hand einer Zusammenstellung von Apexresultaten für 5 verschiedene Helligkeitsklassen zeigt er, daß abnehmenden Helligkeiten in Äquatorialkoordinaten wachsende Deklinationen entsprechen, in galaktischen Koordinaten ein Wachsen der Länge [1]). Es wäre verfehlt,

[1]) vgl. l. c. S. 54 Taf. VI.

diesem Gang für die Helligkeitsklassen 8,6 und 11,1 unbedingt Realität beizumessen, denn da man für die Kurve dieses Ganges keine Werte für Helligkeitsklassen schwächer als 11,1 kennt, kommt diesen Werten nach dem in den vorigen Abschnitten Gesagten nur die Bedeutung einer Extrapolation zu. Daran ändert auch nichts, daß in einer Tafel VIII (l. c.) die Abweichungen der für die Einzelhäufigkeitspunkte ermittelten Apexrichtungen von der mittleren Apexrichtung als Kriterien für die Güte des Apex herangezogen werden. Es fehlt eine Angabe über mittlere Fehler bei den Apexresultaten und eine unabhängige Kontrolle durch Ermittlung des Apex auf anderem Wege, etwa nach der Airyschen Methode. Verfasser dieser Arbeit, der nach der Airyschen Methode rechnete, fand, daß, ohne den Verhältnissen Zwang anzutun, nötig wäre, d. h. ohne die Grenzen der mittleren Fehler überschreiten zu müssen, bei geeigneter Wahl der Korrektionsgröße Γ sich Apexwerte finden lassen, die sich von den angegebenen Comstockschen um Nichts unterscheiden. Jedoch zeigt sich da, wie bei allen Resultaten der im Verlaufe der vorliegenden Untersuchung durchgeführten Rechnungen, daß die Größe der mittleren Fehler zuverlässige Aussagen über Sicherheit eines Resultates nicht zulassen. Damit versagt die unabhängige Kontrolle, und Comstocks Werte bedeuten Extrapolationen.

Herr Comstock meint, dieser Gang in den Apexkoordinaten könne mit demselben Recht sowohl als Wirkung von Fehlern als auch als reelle Wirkung systematischer Bewegungsunterschiede zwischen den näheren und entfernteren Sternen angesehen werden, als Folge der gemeinsamen Bewegung einer zur Erde relativ nahen Sterngruppe in der Milchstraßenebene. Dem muß entgegengehalten werden, daß eine Apexbestimmung gegen ein IS., die auf eine solche Bewegung Rücksicht nimmt, ein negatives Ergebnis zeigte. Damit wird auch die Comstocksche Alternative hinfällig, und es bleibt nur übrig diesen Gang auf Konto systematischer Fehler zu setzen, deren Vorhandensein, wie schon früher erwähnt, aus ganz bestimmten Gründen vermutet wurde.

In der zitierten Tabelle sind unter einer letzten Rubrik die Zahlen zusammengestellt, die das Verhältnis von linearer Sonnengeschwindigkeit zur mittleren Komponente der Sterngeschwindigkeit senkrecht zur Linie der vorherrschenden Bewegung, d. h. senkrecht zur Apexrichtung, wiedergeben. Da diese mit einer Ausnahme befriedigend übereinstimmen, ist Comstock der Ansicht, daß die vorherrschende Bewegung für Sterne bis zur 12^m ungefähr gleich sei, und daß die lineare Geschwindigkeit der teleskopischen Sterne nicht merklich von der der helleren Sterne verschieden ist. Daraufhin fährt Herr Comstock fort: This conclusion is distinctly an unexspectet one, since, a priori, it would seem probable that the fainter stars are on the whole of smaller mass and greater velocity than the larger ones:

dieser Schluß ist bestimmt ein unerwarteter, da a priori es wahrscheinlich sein sollte, daß die schwächeren Sterne im ganzen von geringerer Masse sind und größere Geschwindigkeit haben als die helleren Sterne. Daraus ist zu entnehmen, wie sich Herr Comstock das Fixsternsystem angeordnet denkt; nämlich daß die schwächeren Sterne sämtlich kleinere Massen haben, also auch kleinere Leuchtkräfte; früher unterscheidet aber Herr Comstock schon zwischen näher und entfernter — zur Erde — gelegenen Sternen. Beides kombiniert würde bedeuten, daß das Fixsternsystem schichtenweise angeordnet ist. Wenn einer Abnahme der Helligkeit, wohlgemerkt nicht der Leuchtkraft, Abnahme der Masse entspricht, dann braucht man sich nicht über auffallend große Werte von mittleren Entfernungen schwächerer Sterne zu wundern, denn die sind dann ganz selbstverständlich, man kann sie immer als solche relativ kleiner Massen erklären.

Das sind aber so spezielle und, wenn man sie weiter verfolgt, nicht widerspruchsfreie Voraussetzungen über den Bau des Fixsternsystems, daß man sie ablehnen muß, um so entschiedener, da sie auch nicht frei von metaphysischen Einschlägen sind. Denn die diesen Voraussetzungen entsprechende Anordnung des Fixsternsystems, die von einer ausgesprochenen Funktion der Häufigkeiten der Leuchtkräfte absieht, muß notwendig auf eine heliozentrische hinauslaufen. Der Sonne aber eine derartige Sonderstellung unter den Fixsternen einräumen, das ist metaphysischer Einfluß und rein astronomisch nicht einmal notwendig. Allerdings muß man, wenn man sich der von Herrn Geh. Rat v. Seeliger schon 1898[1]) gewonnenen Erkenntnisse verschließt, zu solchen absurden Ansichten gelangen. Für Herrn Comstock existiert keine allgemeine Häufigkeitsfunktion der Leuchtkräfte, die es erlaubt, schwache Sterne, nämlich die an der unteren Grenze der Häufigkeitsfunktion in großer Nähe und ebenso die an der oberen Grenze in großer Ferne, zu finden. Hat man dann eine Mehrzahl Sterne unter dem Material, deren Leuchtkräfte nahe der unteren Grenze der Häufigkeitsfunktion liegen, so sind große Werte der mittleren Parallaxe eines solchen Materials ganz natürlich, aber nicht typisch für die Gesamtheit der Sterne der für das Material maßgebenden Helligkeitsklasse. Die Häufigkeitsfunktion der Leuchtkräfte schließt es nicht aus, daß die wirklich kleinen Massen, denen man dann auch Leuchtkräfte an der unteren Grenze der Häufigkeitsfunktion zuerkennen muß, größere durchschnittliche Bewegungen haben. Dieselbe Funktion erlaubt auch jede beliebige Verteilung der Sterne am Himmel, d. h. in bezug auf die Erde, je nach Durchmischung, und somit eine Ansicht vom Bau des Kosmos, die frei von anthropozentrischen Momenten ist.

---

[1]) Betrachtungen über die räumliche Verteilung der Fixsterne, Münchn. Abh.

2. Die Beziehung $\mu m =$ konstant als Kriterium für die Güte der EB.

Es ist dann noch ein weiterer Punkt in der Comstockschen Arbeit enthalten, auf den sich im Zusammenhange dieser Arbeit das Augenmerk richten muß: die Comstockschen Auslassungen über die Beziehung zwischen μ und m. Herr Comstock zieht nämlich als Kriterium für die Güte seiner EB. diese zuerst von Fedorenko[1]) konstatierte Beziehung, daß:

$$\mu m = \text{konstant}$$

heran.

Eine Angabe, daß Fedorenko, der darüber schon 1856 eine Betrachtung veröffentlichte, die Priorität zukommt, läßt die Cornstocksche Arbeit vermissen. In seiner Veröffentlichung — es lohnt sich hier, da diese Tatsachen weniger bekannt zu sein scheinen, einen kurzen historischen Rückblick darüber einzufügen — führt Fedorenko die mittlere EB. von mehr als 4000 Sternen an. Soweit sie sich auf teleskopische Sterne beziehen — es sind Sterne bis zu $8^m 64$ darunter enthalten —, hat Fedorenko die EB. selbst abgeleitet. Bei eingehender Betrachtung dieser EB. nach Mittelwerten fand er, daß bei Abnahme des Betrages der mittleren EB. mit zunehmender Größenklasse abgesehen von Fehlern beinahe die Beziehung:

$$\mu m = \text{konstant}$$

genau erfüllt war.

Textlich äußert sich Fedorenko im Anschluß an diese seine Konstatierung an der zitierten Stelle folgendermaßen: „Die mittleren Sternbewegungen sind den Sterngrößen umgekehrt proportional. Nimmt man nun an, die mittlere Bewegung der Sterne sei ihrer Entfernung umgekehrt proportional, so folgt daraus, daß die Entfernungen der Sterne ihrer Größe direkt proportional sind". Hieraus ersieht man, daß sich schon Fedorenko der reinen Formalität seiner Beziehung bewußt war und daher nur hypothetischen Mutmaßungen über den Bau des Universums seiner Betrachtung anfügt, die hier anzuführen überflüssig ist.

Des weiteren geht in den einleitenden Bemerkungen zu dem Katalog der Berliner Zone $+15° — +20°$[2]) Auwers auf diese Beziehung ein. Er konstatiert, daß das Produkt μm mit wachsender Sterngröße, wenn auch langsam, so doch aber merklich zunimmt. Er

---

[1]) Astr. Nachr. Bd. 45 S. 84.
[2]) Erschienen 1896 S. 142.

versucht, dann auch diese Beobachtungstatsache durch eine empirische Formel darzustellen, und findet folgende lineare Beziehung:

$$\log \mu m = 1{,}5000 + 0{,}0200\,(m - 5{,}0).$$

Seine Beobachtungsdaten erstrecken sich nur bis zur Größenklasse $7^m\,36$, da aber die obige Formel seine Beobachtungen gut darstellt, extrapoliert er noch Werte bis zur Größenklasse $10^m\,0$ und findet folgende Zahlen:

Sterngröße	μm
$7^m,00$	$4'',95$
$8^m,00$	$4'',54$
$9^m,00$	$4'',22$
$10^m,00$	$3'',98$

Bei Ermittlung der obigen Darstellungsformel waren die EB. der 1. Sterngrößenklasse einer Berücksichtigung nicht fähig, da die Definition der Sterngrößenklasse 1 nicht mit der der übrigen übereinstimmt und einzelne wenige, aber stark fehlerhafte μ das Resultat sehr beeinträchtigen konnten. Läßt Auwers bei der Ableitung seiner empirischen Formel die Beobachtungsfehler unberücksichtigt, dann findet er eine etwas, aber nur wenig modifizierte Formel mit dem Unterschied, daß für die schwächeren Sterngrößenklassen ein größeres Produkt μm folgt.

Die Auwersschen Extrapolationswerte der obigen Tabelle zog Comstock als ein Kriterium für die Güte seines EB.-Materials heran. Im großen und ganzen stimmen die Comstockschen Werte für die EB. der Sterngrößenklasse 10 mit den von Auwers errechneten Werten von $\mu = 4'',00$ überein. Diese Übereinstimmung kann aber in keiner Weise die Güte des Comstockschen Materials gewährleisten.

Denn die Auwersschen Zahlen sind extrapolierte und die Formel, wonach sie gefunden wurden, ist eine rein formale Beziehung. Von einer inneren Beziehung kann keine Rede sein, geschweige denn, daß man dieses Übereinstimmen als ein naturgesetzliches ansprechen darf. Man kann aber auch nicht umgekehrt die Comstocksche mittlere EB. der Sterne 10^m als Beweis für die Richtigkeit des von Auwers durch Rechnung nach der erwähnten Formel erhaltenen Wertes für die mittlere EB. der Sterne 10^m ansehen. Denn nach dem, was aus den Rechnungsresultaten der Apexbestimmungen zu ersehen war, sind die Comstockschen EB. kein typisches, also zu Mittelwerten verwertbares Material. Setzt man als Maßstab für die Güte von EB. ihre Leistungsfähigkeit für Apexbestimmungen fest, d. h. die Güte der Übereinstimmung der aus ihnen erhaltenen Apexposition mit den bisher und auch aus anderem Material erhaltenen Apexpositionen, so muß man

den EB., die Lau [1]) verwendet, mehr Vertrauen entgegenbringen. Die Lauschen EB. liefern einen Mittelwert der EB. zu 3″,0 pro Jahrhundert, also einen Wert, der um 25 % kleiner ist als der Comstocksche.

Dem Lauschen Wert entspräche nach der Auwersschen Formel eine Helligkeit von mindestens 12^m. Um zwei Größenklassen können aber Laus und Comstocks Helligkeiten nicht differieren. Durch die Lauschen Konstatierungen wird aber der Wert der Beziehung $\mu m =$ konst. als Kriterium für die Güte der Comstockschen EB. noch mehr herabgesetzt.

Daß $\mu m =$ konst. eine rein formale Beziehung sein muß, ist auch aus folgender einfacher Überlegung ersichtlich. Nimmt man an, daß das Vorkommen der Leuchtkräfte sich durch eine Häufigkeitsfunktion darstellen läßt, dann werden einem bestimmten m ganz verschiedene Entfernungen entsprechen. Dann würde aber die Konstanz von μm verlangen, daß die größeren Leuchtkräfte, denen auch größere Massen entsprechen, größere Geschwindigkeiten haben. Nach Camphells Feststellungen, die auch Comstock erwähnt, ist aber das Umgekehrte der Fall, daß nämlich kleinere Massen größere durchschnittliche Geschwindigkeiten haben. Wollte man aber unbedingt an der Konstanz von μm festhalten als an einem Naturgesetz, so würde man auf den unerklärlichen Widerspruch stoßen, daß man einerseits größere Geschwindigkeiten für die größeren Leuchtkräfte, also die entfernteren Sterne der mittleren Helligkeitsklasse m fordern müßte, und daß andererseits den Beobachtungstatsachen entsprechend kleineren Massen größere Geschwindigkeiten zukommen.

---

[1]) Astr. Nachr. 4430 u. 4502.

Schlußbetrachtungen und Folgerungen aus den Teilen I und II.

Überblickt man zusammenfassend die Ergebnisse der vorliegenden Untersuchung, so wird man nachstehende Folgerungen für berechtigt, wenn nicht notwendig halten müssen. Nach den Ergebnissen der Rechnungen, die zur Prüfung der im Vol. XII der Publ. of the Washburn Observatory von Comstock veröffentlichten EB. ausgeführt wurden, kann man diese EB. nicht als vollwertige betrachten. Vollwertig ist im Sinne von naturgesetzlich-typisch für die betrachtete Sterngrößenklasse aufzufassen. Die Resultate mehrerer Apexbestimmungen, die zum Zwecke der Untersuchung der stellarastronomischen Eigenschaften dieser EB. durchgeführt wurden, lassen einen Vergleich mit solchen anderer Rechner nicht zu, da die Größe der mittleren Fehler der Resultate nichts weniger als ein Kriterium für die Güte der Resultate und somit auch für die ihnen zugrunde liegenden EB. ist.

Eine von Comstock als Sterndrift „stardrift" angesprochene Erscheinung, nämlich das Vorherrschen negativer EB.-Komponenten in Dekl., erwies sich nicht als solche, sondern muß mit Lau [1]) als systematischer Beobachtungsfehler angesehen werden.

Eine Umrechnung der jährlichen Sonnenbewegung — Rechnungsprodukt der Apexbestimmungen — mit Hilfe der Camphellschen Sonnengeschwindigkeit in mittlere jährliche Parallaxe bestätigt die Vermutung, daß die Comstockschen EB. keine typischen sein können. Denn abgesehen davon, daß die verschiedenen Apexresultate die widersprechendsten Parallaxen liefern, sind diese mittleren Parallaxen in keinem Falle der regulären Rechnung mit den theoretisch zu erwartenden in Einklang zu bringen. Die Differenzen zwischen den Comstockschen Werten und den von Lau ermittelten Werten sind so groß, daß sie nicht als Folgen von Beobachtungsfehlern angesehen werden können. Die Parallaxen sind zu groß. Das bedeutet, die betrachteten EB. sind zum ausschlaggebenden Teile solche von sonnennahen Sternen, d. h. solche nur kleiner Leuchtkräfte der betreffenden Helligkeitsklasse. Unter diesen Umständen ist es nicht erlaubt, dem entsprechenden Parallaxenwert typische Bedeutung beizumessen.

Auch ein Versuch, die EB. daraufhin zu untersuchen, ob die Träger derselben als Gesamtheit eine Drehung gegenüber den helleren

[1]) Astr. Nachr. Bd. 185.

Sternen, die bisher zu Apexbestimmungen verwendet wurden, ausführen, muß als gescheitert betrachtet werden. Rechnungen, die zu diesem Zwecke nach den v. Seeligerschen Fundamentalformeln ausgeführt wurden, zeigten in Werten, die sich kontrollieren sollten, nicht die geringste, auch nur annähernde, Übereinstimmung und außerdem mittlere Fehler von solcher Größe, daß sich jegliche positive Schlußfolgerungen aus den Rechnungsergebnissen verbieten. Alles in allem haben die Comstockschen EB. nicht im geringsten den Erwartungen, die man an ihre stellarastronomische Leistungsfähigkeit stellte, entsprochen.

Aber es können diese Meinung auch die Ausführung des Herrn Comstock selbst, veröffentlicht in der Arbeit: Proper motions of telescopic stars[1]), keineswegs entkräften. Der Versuch Herrn Comstocks, dort die stellarastronomischen Eigenschaften seiner EB. als hervorragend zu qualifizieren, muß als verfehlt angesehen werden. Die zum Zwecke einer Häufigkeitsbetrachtung, die ähnlich einer Schwarzschildschen Unternehmung einen Apex liefern soll, unternommene Verlegung der EB. scheint nicht einwandfrei zu sein. Die mit Hilfe dieser Häufigkeitsbetrachtung gefundene Apexposition kann nicht als sicher angesehen werden, da Angaben über einwandfreie Maße ihrer Präzision fehlen. Es ergab sich wohl aus nach der Airyschen Methode errechneten Kontrollwerten eine oberflächliche Übereinstimmung der Comstockschen Werte mit denen der Rechnung, aber die mittleren Fehler der letzteren mußten jedes Vertrauen zu diesen Werten schwinden lassen.

Die von Fedorenko entdeckte Beziehung, $\mu m =$ konst. als Kriterium für die Güte der EB. heranzuziehen, ist verfehlt, da diese Beziehung kein Naturgesetz darstellen kann. Außerdem kann das Heranziehen des extrapolierten Wertes, der von Auwers nach einer empirisch modifizierten Beziehung zwischen m und μ gefunden wurde, niemals, eben weil er ein extrapolierter Wert ist, eine sichere Kontrolle liefern, zumal wenn andere Zahlen noch gegen diesen Wert sprechen.

---

[1]) Astr. Journ. 655.

Robert Noske, Borna-Leipzig, Großbetrieb für Dissertationsdruck.

Lebenslauf.

Geboren am 3. Februar 1891 als Sohn des Pfarrers Wilhelm Keil zu Herzogswalde, Bezirk Dresden (Königr. Sachsen), besuchte ich die dortige Volksschule von 1897 bis 1902, genoß bis Oktober 1903 Privatunterricht von meinem Vater und trat dann in das Königl. Gymnasium zu Dresden-Neustadt ein. Dort erwarb ich mir Ostern 1910 das Zeugnis der Reife. Hierauf hörte ich 3 Semester an der Universität Göttingen: Vorlesungen über Mathematik, Physik und Astronomie. Im Herbst 1911 ließ ich mich an der technischen Hochschule in München immatrikulieren und gleichzeitig an der Münchner Universität als Hospitant einschreiben. Im Herbst 1912 wurde ich bei der Münchner Universität voll immatrikuliert. In München hörte ich Vorlesungen über Astronomie, Physik und Mathematik bei den Professoren v. Seeliger, Sommerfeld, Voß, Pringsheim, Bidlingmaier und Ebert sowie bei dem Privatdozenten Dr. v. Aufseß. Seit 1. Oktober 1914 genüge ich meiner militärischen Dienstpflicht und bin zurzeit im militärischen Wetterdienst tätig.

Es sei mir gestattet, meinen hochverehrten Lehrern, vor allem Herrn Geheimrat Dr. v. Seeliger, auf dessen Anregung ich die vorliegende Arbeit unternahm, für sein Entgegenkommen und seine liebenswürdige und stets hilfsbereite Leitung an dieser Stelle meinen herzlichsten Dank auszusprechen.